Alice participe à une compétition de tir à l'arc; elle effectue plusieurs lancers de flèches.

Lorsqu'elle atteint la cible à un lancer, la probabilité qu'elle atteigne la cible au lancer suivant est égale à 0,9.

Lorsqu'elle a manqué la cible à un lancer, Alice se déconcentre et la probabilité qu'elle atteigne la cible au lancer suivant est égale à 0,4.

On suppose qu'au premier lancer, elle a autant de chances d'atteindre la cible que de la manquer.

Pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on note :

a_n la probabilité qu'Alice atteigne la cible au n -ième lancer ;

b_n la probabilité qu'Alice manque la cible au n -ième lancer ;

$P_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice ligne traduisant l'état probabiliste au n -ième lancer.

1.
 - a. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B (A représentant l'état « Alice atteint la cible » et B l'état « Alice manque sa cible »).
 - b. Indiquer la matrice de transition M associée à ce graphe. On prendra les sommets A et B dans l'ordre (A, B).
 - c. Justifier que $P_1 = (0,5 \quad 0,5)$ et $P_2 = (0,65 \quad 0,35)$.
2.
 - a. Montrer que, pour tout nombre entier n strictement positif, $a_{n+1} = 0,9a_n + 0,4b_n$.
 - b. En déduire que, pour tout nombre entier n strictement positif, $a_{n+1} = 0,5a_n + 0,4$.
3.
 - a. Compléter l'algorithme fourni en annexe 1 de façon à ce qu'il affiche l'état probabiliste au n -ième lancer.
 - b. Déterminer l'affichage de cet algorithme pour $n = 5$.
4.
 - a. On considère la suite (u_n) définie pour tout nombre entier naturel n strictement positif par : $u_n = a_n - 0,8$.
Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b. Donner l'expression de u_n en fonction de n , puis en déduire que pour tout nombre entier naturel n strictement positif, $a_n = 0,8 - 0,3 \times 0,5^{n-1}$.
 - c. À long terme, que peut-on penser de la probabilité qu'Alice atteigne la cible ?
 - d. Par quelle autre méthode aurait-on pu trouver le résultat précédent ?

Entrées	Saisir n
Traitement	a prend la valeur 0,5 b prend la valeur 0,5 Pour i allant de 2 à n a prend la valeur $\dots \times a + \dots$ b prend la valeur $1 - a$ Fin Pour
Sortie	Afficher a, b