On a observé l'évolution des inscriptions dans le club de gymnastique d'une ville.

Chaque année, 30 % des personnes inscrites au club de gymnastique l'année précédente renouvellent leur inscription au club.
De plus, chaque année, 10 % des habitants de la ville qui n'étaient pas inscrits au club l'année précédente s'y inscrivent.

On appelle n le nombre d'années d'existence du club.
On note g_n la proportion de la population de la ville inscrite au club de gymnastique lors de l'année n et p_n la proportion de la population qui n'y est pas inscrite.
La première année de fonctionnement du club (année « zéro »), 20 % des habitants de la ville se sont inscrits.
On note $E_n = \begin{pmatrix} g_n & p_n \end{pmatrix}$ la matrice traduisant l'état probabiliste de l'année n. On a donc $E_0 = (0,2 \quad 0,8)$.

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste.
2. On nomme A la matrice de transition associée à cette situation, c'est-à-dire la matrice vérifiant : pour tout entier naturel n, $E_{n+1} = E_n \times A$.
   Donner la matrice A.
3. Déterminer E_1 et E_2. Interpréter les résultats.
4. Déterminer l'état probabiliste stable (on donnera les coefficients de la matrice ligne sous la forme de fractions irréductibles).
   Comment peut-on interpréter ce résultat ?