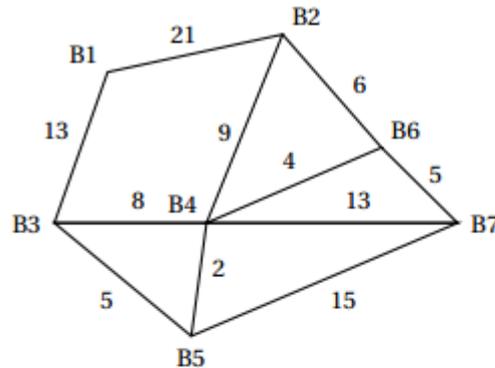


Les parties A et B sont indépendantes

### Partie A

Un club sportif organise une course d'orientation. Sept postes de contrôles (appelés balises) sont prévus. Les sept balises notées B1; B2; ...; B7 sont représentées sur le graphe ci-contre. Les arêtes du graphe représentent les chemins possibles entre les balises et sur chaque arête est indiqué le temps de parcours estimé en minutes.



1.
  - a. Le graphe est-il connexe? Justifier la réponse.
  - b. Existe-t-il un parcours qui permet de revenir à une balise de départ en passant une et une seule fois par tous les chemins? Justifier la réponse.
  - c. Existe-t-il un parcours qui permet de relier deux balises différentes en passant une et une seule fois par tous les chemins?
2. Les organisateurs décident de situer le départ à la balise B1 et l'arrivée à la balise B7. Chaque participant doit rallier la balise B7 en un minimum de temps. Ils ne sont pas tenus à emprunter tous les chemins. Quelle est la durée minimale du parcours possible et quel est ce parcours? Justifier votre réponse à l'aide d'un algorithme.

### Partie B

Depuis l'année 2011, ce club sportif propose à ses licenciés une assurance spécifique. La première année, 80 % des licenciés y ont adhéré. En 2012, 70 % des licenciés ayant adhéré en 2011 ont conservé cette assurance et 60 % de ceux n'ayant pas adhéré en 2011 ont adhéré en 2012.

En supposant que cette évolution se maintienne, le club sportif souhaite savoir quel pourcentage de licenciés adhèrera à cette assurance à plus long terme. On note :

A « le licencié est assuré »

B « le licencié n'est pas assuré »

Pour tout entier  $n$  non nul, l'état probabiliste du nombre d'assurés l'année  $2011 + n$  est défini par la matrice ligne  $P_n = (x_n \ y_n)$  où  $x_n$  désigne la probabilité pour un licencié d'être assuré l'année  $2011 + n$ .

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.
2. Écrire la matrice de transition  $M$  de ce graphe en prenant les sommets A et B dans cet ordre.
3. En remarquant que  $P_0 = (0,8 \ 0,2)$ , déterminer  $P_1$ . Interpréter ce résultat.
4. Le club sportif maintiendra son offre d'assurance spécifique si le nombre d'assurés reste supérieur à 55%. L'évolution prévue lui permet-elle d'envisager le maintien de son offre à long terme?