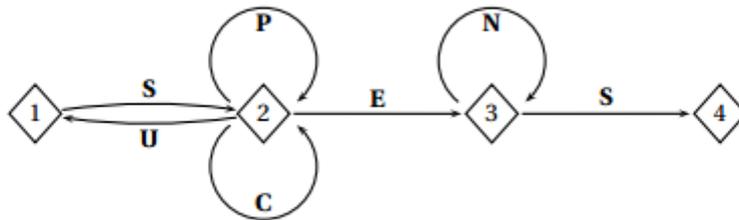


Partie A

Pour accéder à sa messagerie, Antoine a choisi un code qui doit être reconnu par le graphe étiqueté suivant, de sommets 1, 2, 3 et 4 :



Une succession des lettres constitue un code possible si ces lettres se succèdent sur un chemin du graphe orienté ci-dessus, en partant du sommet 1 et en sortant au sommet 4. Les codes SES et SPPCES sont ainsi des codes possibles, contrairement aux codes SUN et SPEN.

1. Parmi les trois codes suivants, écrire sur votre copie le (ou les) code(s) reconnu(s) par le graphe.

SUCCÈS

SCENES

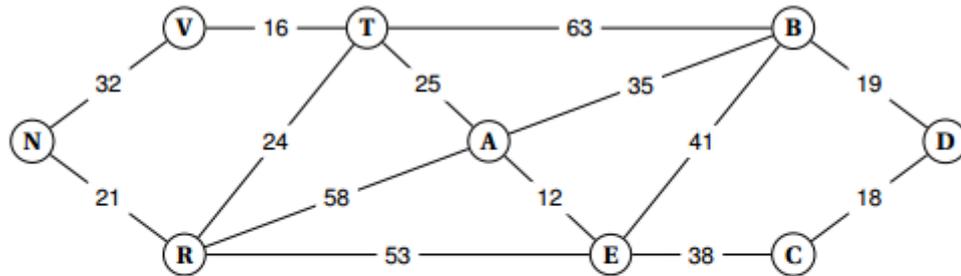
SUSPENS

2. Recopier et compléter la matrice d'adjacence A associée au graphe. On prendra les sommets dans l'ordre 1-2-3-4.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

3. Avec une calculatrice on a calculé : $A^4 = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 8 & 3 \\ 12 & 29 & 20 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

En déduire le nombre de codes de 4 lettres reconnus par le graphe. Quels sont ces codes ?

Partie B

Antoine décide d'aller visiter neuf châteaux de la Loire.

Il a construit le graphe ci-dessus où les sommets représentent :

A : Amboise

B : Blois

C : Cheverny

D : Chambord

E : Chenonceau

T : Tours

V : Villandry

R : Azay-le-Rideau

N : Chinon

Sur les arêtes sont indiquées les distances en km

1. Antoine peut-il partir de Blois et y revenir, en parcourant une et une seule fois chacune des routes matérialisées par les arêtes de ce graphe ? On justifiera la réponse.
2. Déterminer le plus court chemin pour aller du château de Chambord au château de Chinon. On donnera le parcours ainsi que le nombre total de kilomètres.