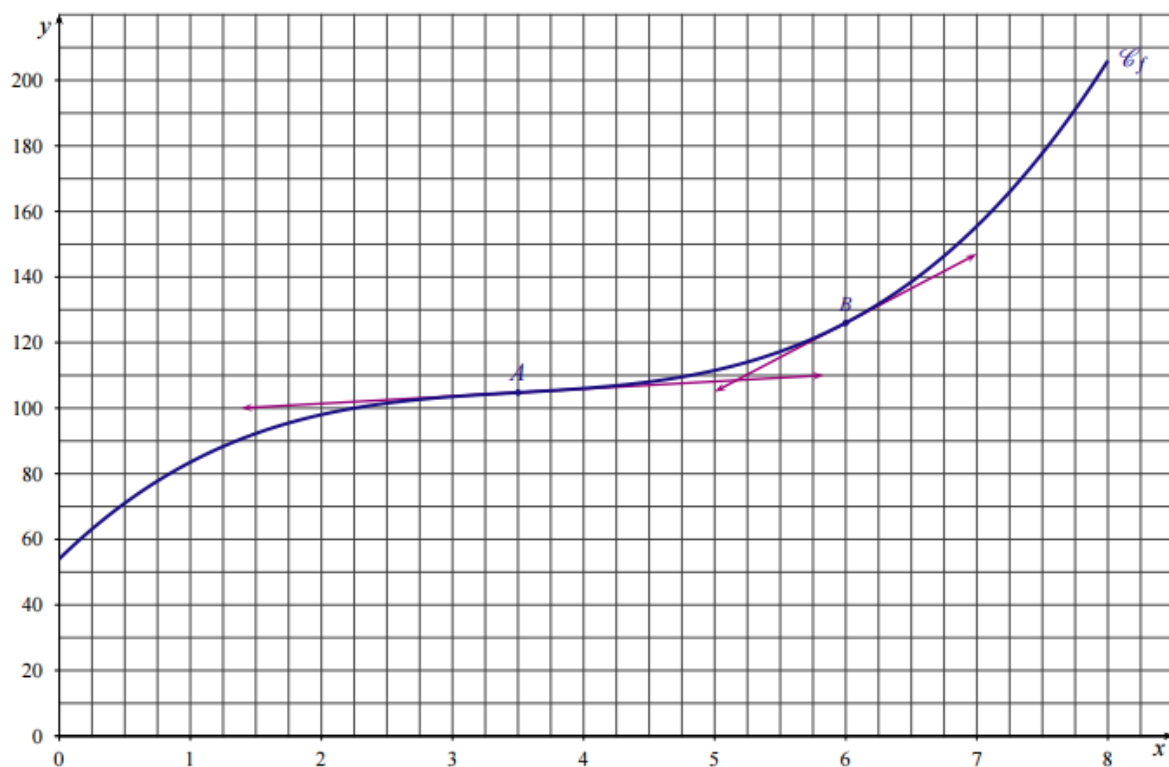


Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on a tracé la courbe C_f représentative de la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0; 8]$ ainsi que les tangentes à la courbe aux points $A(3,5; 104,75)$ et $B(6; 126)$. La tangente en B à la courbe C_f passe par l'origine du repère.



On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' la dérivée seconde de la fonction f .

PARTIE A

À partir du graphique et des renseignements fournis :

1. Déterminer $f'(6)$ et $f''(3,5)$;
2. Sur quel intervalle la fonction f semble-t-elle convexe ? concave ?

PARTIE B

La fonction f est définie pour tout réel x élément de l'intervalle $]0; 8]$ par $f(x) = x^3 - 10,5x^2 + 39x + 54$.

1. Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.
2. Étudier les variations de la fonction f .
3. Étudier la convexité de la fonction f .
4. Que représente le point A pour la courbe C_f ?

PARTIE C

Une entreprise produit et commercialise un article. Sa capacité de production mensuelle est limitée à 8 milliers d'articles.

La fonction f modélise sur l'intervalle $]0; 8]$ le coût total de production exprimé en milliers d'euros, où x désigne le nombre de milliers d'articles fabriqués.

On note $C_M(x)$ le coût moyen de production exprimé en euros, par article fabriqué. C_M est la fonction définie sur l'intervalle $]0; 8]$ par $C_M(x) = x^2 - 10,5x + 39 + \frac{54}{x}$.

On admet que la fonction C_M est dérivable sur l'intervalle $]0; 8]$ et on appelle C' sa fonction dérivée.

1. Calculer $C'(x)$, et vérifier que $C'(x) = \frac{(x-6)(2x^2 + 1,5x + 9)}{x^2}$ pour tout x de l'intervalle $]0; 8]$.
2. Étudier les variations de la fonction C_M sur $]0; 8]$.
3. En dessous de quel prix de vente unitaire, l'entreprise est-elle sûre de ne faire aucun bénéfice?