Partie B

La production mensuelle de légumes permettra de livrer au maximum 1 000 paniers par mois. Le coût total de production est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$C(x) = -\frac{1}{48}x^4 + \frac{5}{16}x^3 + 5x + 10.$$

Lorsque x est exprimé en centaines de paniers, $C(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros. On admet que, pour tout nombre x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, le coût marginal est donné par la fonction $C_m = C'$ où C' est la fonction dérivée de C.

1. Calculer $C_m(6)$, le coût marginal pour six cents paniers vendus.
2. On note C'' la fonction dérivée seconde de C et on a $C''(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{8}x$.
   a. Déterminer le plus grand intervalle de la forme $[0\,;\,a]$ inclus dans $[0\,;\,10]$ sur lequel la fonction C est convexe.
   b. Que peut-on dire du point d'abscisse a de la courbe de la fonction C ? Interpréter cette valeur de a en termes de coût.

Partie C

On admet que l'entreprise produit entre 0 et 1 000 paniers de légumes (par mois) et que tout ce qui est produit est vendu au prix de 20 euros le panier.
La recette mensuelle R, exprimée en centaines d'euros, ainsi que la fonction C sont représentées par les courbes C_R et C_C sur le graphique donné en annexe.
Par lecture graphique, répondre aux questions qui suivent.

1. Indiquer le nombre minimal de paniers que le producteur doit produire et vendre pour réaliser un bénéfice. Donner une valeur approchée à la dizaine.
2. Indiquer le bénéfice réalisé par le producteur s'il produit et vend 500 paniers dans le mois.
   Donner une valeur approchée à la centaine d'euros.
3. Le producteur peut-il espérer réaliser un bénéfice de 5 000 euros dans un mois ? Argumenter la réponse.

Exercice 3 Partie C