Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer des bactéries ou d'en limiter la propagation.
Le tableau ci-dessous donne la concentration dans le sang en fonction du temps d'un antibiotique injecté en une seule prise à un patient.

Temps en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en mg/l	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4

Ces données conduisent à la modélisation de la concentration en fonction du temps par la fonction g définie sur l'intervalle [0 ; 10] par

$$g(t) = \frac{4t}{t^2+1}.$$

Lorsque t représente le temps écoulé, en heures, depuis l'injection de l'antibiotique, $g(t)$ représente la concentration en mg/l de l'antibiotique.
Le graphique suivant représente les données du tableau et la courbe représentative de la fonction g.

1. Par lecture graphique donner sans justification :

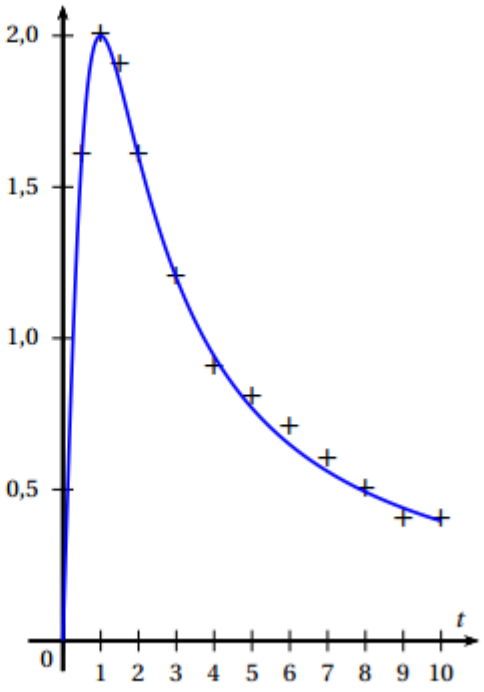
a. les variations de la fonction g sur [0 ; 10] ;

b. la concentration maximale d'antibiotique lors des 10 premières heures ;

c. l'intervalle de temps pendant lequel la concentration de l'antibiotique dans le sang est supérieure à 1,2 mg/l.

2. a. La fonction g est dérivable sur l'intervalle [0 ; 10] et sa dérivée est g'.
Montrer que :
$$g'(t) = \frac{4\left(1-t^2\right)}{\left(t^2+1\right)^2}.$$

b. En utilisant l'expression de $g'(t)$, montrer que la concentration maximale serait, avec cette modélisation, atteinte exactement 1 heure après l'injection.



3. On admet que G définie sur $[0\,;\,10]$ par $G(t) = 2\ln\left(t^2+1\right)$ est une primitive de g sur cet intervalle.
Quelle est la concentration moyenne de l'antibiotique pendant les 10 premières heures ?
Donner la valeur exacte et la valeur arrondie au millième.

Rappel : la valeur moyenne d'une fonction f sur $[a\,;\,b]$ est donnée par $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

4. On définit la CMI (Concentration Minimale Inhibitrice) d'un antibiotique comme étant la concentration au dessus de laquelle les bactéries ne peuvent plus se multiplier.
La CMI de l'antibiotique injecté est 1,2 mg/l.
Déterminer, par le calcul, le temps d'antibiotique utile c'est-à-dire la durée pendant laquelle la concentration de l'antibiotique étudié est supérieure à sa CMI.