

Exercice 4 (9 points)

Soit f la fonction définie sur $]3 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 15}{x - 3}$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. (unité graphique 0,5 cm)

- 1) Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 3}$, pour tout réel x de $]3 ; +\infty[$.
- 2) a) Déterminer les limites de $f(x)$ en $+\infty$ et en 3.
b) Que peut-on en déduire graphiquement ?
- 3) a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = -x + 2$ est asymptote oblique à $\mathcal{C}_f$.
b) Préciser la position relative de $\mathcal{C}_f$ et (Δ) suivant les valeurs de x .
- 4) a) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe suivant les valeurs de x .
b) Donner le tableau de variation complet de f .
- 5) a) Déterminer une équation de la tangente (T) à $\mathcal{C}_f$ en son point A d'abscisse 4.
b) Tracer $\mathcal{C}_f$, ses asymptotes ; placer le point A et tracer la tangente (T) .
- 6) a) Justifier l'équation $f(x) = -8$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[4 ; 6]$.
b) Déterminer un encadrement de α à 0,1 près.