

**EXERCICE 3****6 points****Commun à tous les candidats**On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[2;8]$  par :

$$f(x) = \frac{-x^2 + 10x - 16}{x^2}$$

On appelle  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère.1. Montrer que pour tout réel de l'intervalle  $[2;8]$ , on a :

$$f'(x) = \frac{-10x + 32}{x^3}$$

2. a. Étudier le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[2;8]$ .  
b. En déduire le tableau de variations de  $f$  sur l'intervalle  $[2;8]$ .
3. On appelle  $f''$  la dérivée seconde de  $f$  sur  $[2;8]$ .

On admet que, pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[2;8]$ , on a :

$$f''(x) = \frac{20x - 96}{x^4}$$

- a. Montrer que  $f$  est une fonction convexe sur  $[4,8;8]$ .
- b. Montrer que le point de  $(C)$  d'abscisse 4,8 est un point d'inflexion.
4. On considère la fonction  $F$  définie sur  $[2;8]$  par :

$$F(x) = -x + 10 \ln x + \frac{16}{x}$$

- a. Montrer que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $[2;8]$ .
- b. Calculer  $I = \int_2^8 f(x) dx$