Exercice 1.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 5$.

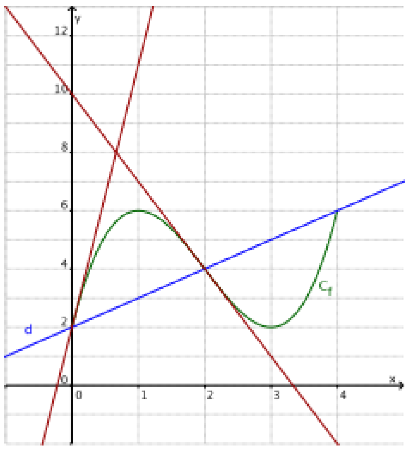
1. Etudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f (on fera un tableau de variations pour résumer les résultats).
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$. On note a cette solution. D'après le tableau de variations, dans quel intervalle se trouve a ?
4. Donner une valeur approchée de a à 10^{-2} près.
5. Représenter la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Exercice 2.

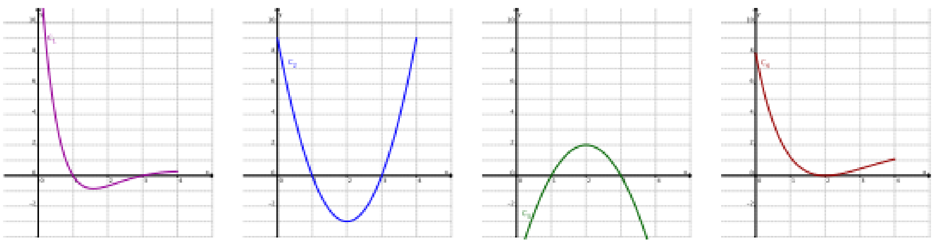
On considère une fonction f définie et dérivable sur un intervalle $I = [0; 4]$. Sa courbe représentative est donnée ci-contre dans un repère orthogonal. On note f' la fonction dérivée de f.

Sont également tracées les tangentes à la courbe aux points d'abscisses 0 et 2, ainsi que la droite (d) d'équation $y = x + 2$.

Aux points d'abscisses 1 et 3, les tangentes à la courbe sont parallèles à l'axe des abscisses.



1. Par lecture graphique, déterminer :
   (a) $f(0)$ et $f'(0)$
   (b) $f(1)$ et $f'(1)$
   (c) $f(2)$ et $f'(2)$
   (d) L'ensemble des réels x tels que $f(x) \leq x + 2$.
2. Par lecture graphique, dresser le tableau de variations de f sur I. On indiquera le signe de $f'(x)$.
3. Parmi les quatre courbes ci-dessous, quelle est celle correspondant à la dérivée de f ? Justifier en argumentant l'élimination de chacune des trois autres courbes.



4. On suppose que $f(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$.
   (a) En utilisant les résultats de la question 1.(a), déterminer p et q.
   (b) En utilisant les résultats de la question 1.(b), déterminer m et n.
5. On admet que $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$. Calculer la dérivée de f, et démontrer que les tangentes aux points d'abscisses 0 et 4 sont parallèles.