

exercice 4 (5 points) COMMUN A TOUS LES CANDIDATS

L'entreprise CoTon produit du tissu en coton. Celui-ci est fabriqué en 1 mètre de large et pour une longueur x exprimée en kilomètre, x étant compris entre 0 et 10.

Le coût total de production en euros de l'entreprise CoTon est donné en fonction de la longueur x par la formule $C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 500x + 750$. Le graphique de l'annexe 2 donne la représentation graphique de la fonction C .

Les deux parties A et B de cet exercice sont indépendantes

PARTIE A : Etude du bénéfice

Si le marché offre un prix p en euros pour un kilomètre de ce tissu, alors la recette de l'entreprise CoTon pour la vente d'une quantité x est égal à $R(x) = px$.

1. Tracer sur le graphique de l'annexe 2 la droite D_1 d'équation $y = 400x$.
Expliquer, au vu de ce tracé, pourquoi l'entreprise CoTon ne peut pas réaliser un bénéfice si le prix p du marché est égal à 400 euros.
2. Dans cette question on suppose que le prix du marché est égal à 680 euros.
 - a. Tracer sur le graphique de l'annexe 2 la droite D_2 d'équation $y = 680x$.
Déterminer graphiquement, avec la précision permise par le graphique, pour quelles quantités produites et vendues, l'entreprise CoTon réalise un bénéfice si le prix p du marché est de 680 euros.
 - b. On considère la fonction B définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par $B(x) = 680 - C(x)$.
Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 10]$ on a $B'(x) = -45x^2 + 240x + 180$.
 - c. Étudier les variations de la fonction B sur $[0 ; 10]$.
En déduire pour quelle quantité produite et vendue le bénéfice réalisé par l'entreprise CoTon est maximum. Donner la valeur de ce bénéfice.

PARTIE B : Etude du coût moyen

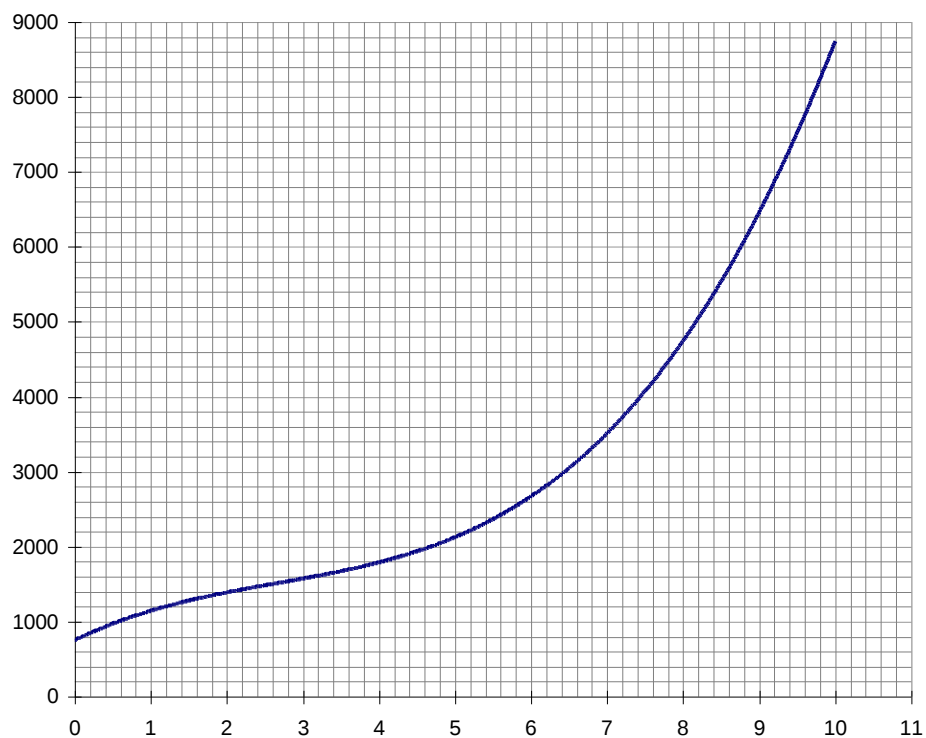
On rappelle que le coût moyen de production C_M mesure le coût par unité produite.

On considère la fonction C_M définie sur l'intervalle $]0 ; 10]$ par $C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$.

1. Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0 ; 10]$ on a $C_M'(x) = \frac{30(x-5)(x^2+x+5)}{x}$.
2. a. Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0 ; 10]$, $C_M'(x)$ est du signe de $(x-5)$.
En déduire les variations de la fonction C_M sur l'intervalle $]0 ; 10]$.
- b. Pour quelle quantité de tissu produite le coût moyen de production est-il minimum?
Que valent dans ce cas le coût moyen de production et le coût total ?

BACCALAUREAT GENERAL SESSION MARS 2011 MATHEMATIQUES SERIE ES
NOUVELLE CALEDONIE

ANNEXE 1 (EXERCICE 4) : A rendre avec la copie



Christophe navarri

www.maths-paris.com