

Exercice 4**Partie A**

Dans cette partie, on se propose d'étudier la fonction numérique f définie sur l'intervalle $I =]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 20 + \frac{400}{x}.$$

Soit C la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ (unités : 0,1 cm).

- 1°) Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de l'intervalle I .
- 2°) Calculer la dérivée f' de la fonction f et donner le signe de $f'(x)$. Dresser le tableau de variation de f .
- 3°) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x - 20$ est asymptote à C . Donner une équation de l'autre asymptote à C . Calculer les ordonnées des points de la courbe C d'abscisses respectives : 5 ; 10 ; 20 ; 40 ; 50 ; 80 ; 100 ; 160.

On donnera les résultats sous forme de tableau

- 4°) Tracer la courbe C ainsi que ses asymptotes.

Partie B

Une entreprise fabrique pendant un intervalle de temps donné une quantité x d'un certain objet.

Les charges de cette entreprise pour fabriquer les x objets sont donnés en euros, par :

$$C(x) = x^2 - 20x + 400, \text{ où } x > 0.$$

- 1°) Les charges moyennes unitaires notées $C_m(x)$ sont définies par $C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$.

Déterminer, en utilisant la première partie, la quantité d'objets à fabriquer pour avoir des charges moyennes unitaires minimales.

- 2°) Chaque objet fabriqué est vendu 100 euros. Déterminer le bénéfice $B(x)$ de cette entreprise en fonction de x . Déterminer x pour que ce bénéfice soit maximal.