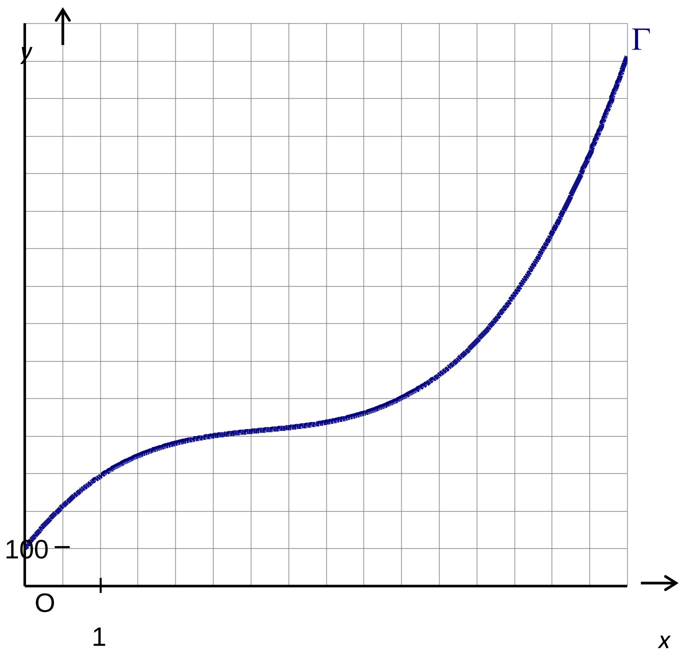
EXERCICE 3

Soit la fonction *f* définie pour tout *x* élément de l'intervalle [0 ; +∞[par :

$f(x) = x^3 - 19x^2 + 130x + 100$. La fonction *f* modélise sur l'intervalle]0 ; 16] la fonction coût total de production, en euro, d'un produit. Sa représentation graphique sur cet intervalle, notée Γ, est donnée ci-dessous.



Pour tout *x* dans l'intervalle]0 ; 16], le quotient $C_M(x) = \frac{f(x)}{x}$ est appelé coût moyen de production de *x* kilogrammes de produit.

1) Pour *x* dans l'intervalle]0 ; 16], soit *A* le point d'abscisse *x* de la représentation graphique (Γ) de la fonction *f*.
   Montrer que le coefficient directeur de la droite (O*A*) est égal au coût moyen
   $C_M(x) = \frac{f(x)}{x}$.

   2)L'entreprise cherche à minimiser le coût moyen de production.

   a. Par lecture graphique indiquer la valeur de *x* qui réalise ce minimum et la valeur de ce minimum.
   b. On note C' la dérivée de la fonction $x \to C_M(x)$.
      – Calculer $C'(x)$ et vérifier que pour *x* dans l'intervalle]0 ; 16] :
        $C'(x) = \frac{(x-10)(2x^2+x+10)}{x^2}$

- Etudier les variations de la fonction $x \to C_M(x)$ sur]0 ; 16]
- En déduire la valeur de *x* qui minimise le coût moyen.