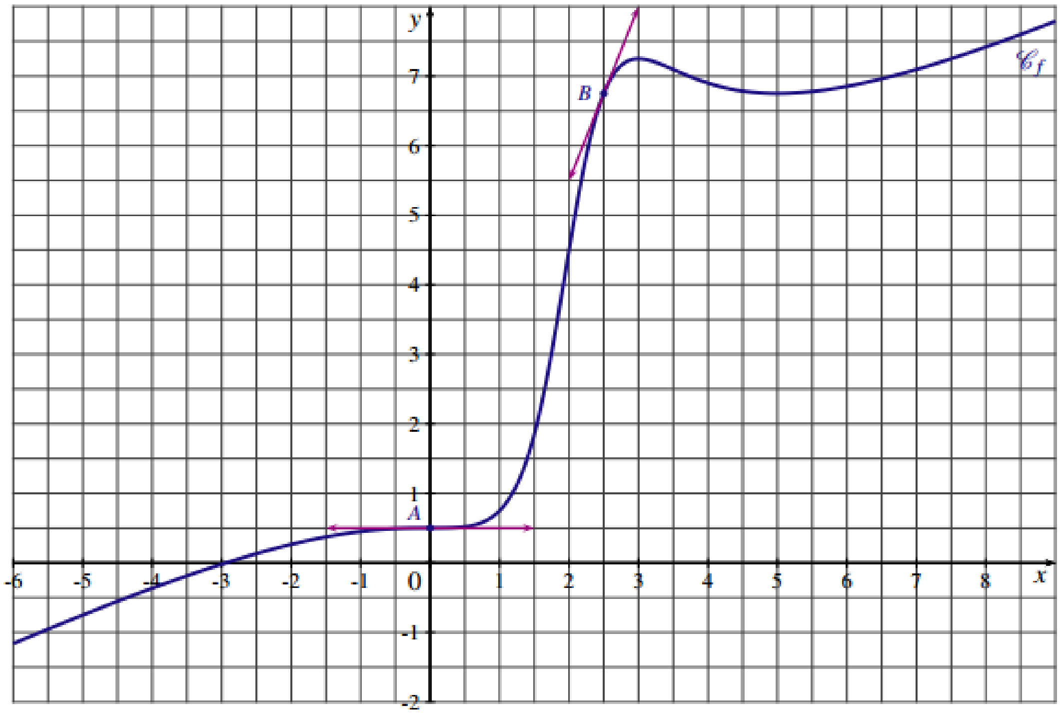
PARTIE A

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$
On sait que :

— Les points $A\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ et $B\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{27}{4}\right)$ appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_f$.

— La tangente au point A à la courbe $\mathscr{C}_f$ est parallèle à l'axe des abscisses.

— La tangente au point B à la courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3;8)$.



On note f' la dérivée de la fonction f. À partir du graphique et des renseignements fournis :

1. Déterminer $f'(0)$ et $f'\left(\dfrac{5}{2}\right)$.
2. Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si elle est vraie ou si elle est fausse.
   a) $f'(-5) \times f'(2) \leqslant 0$.
   b) $f'(2) \times f'(4) \leqslant 0$.

PARTIE B

La fonction f est définie pour tout réel x par $f(x) = \dfrac{x^3 + x^2 - 4x + 5}{2x^2 - 8x + 10}$.

1. Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{2x^2 \times \left(x^2 - 8x + 15\right)}{\left(2x^2 - 8x + 10\right)^2}$.
2. a) Étudier le signe de $f'(x)$.
   b) Donner le tableau de variations de la fonction f.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α dans l'intervalle $[-5;0]$.
   Déterminer la valeur arrondie à 10^{-2} près de α.
4. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.