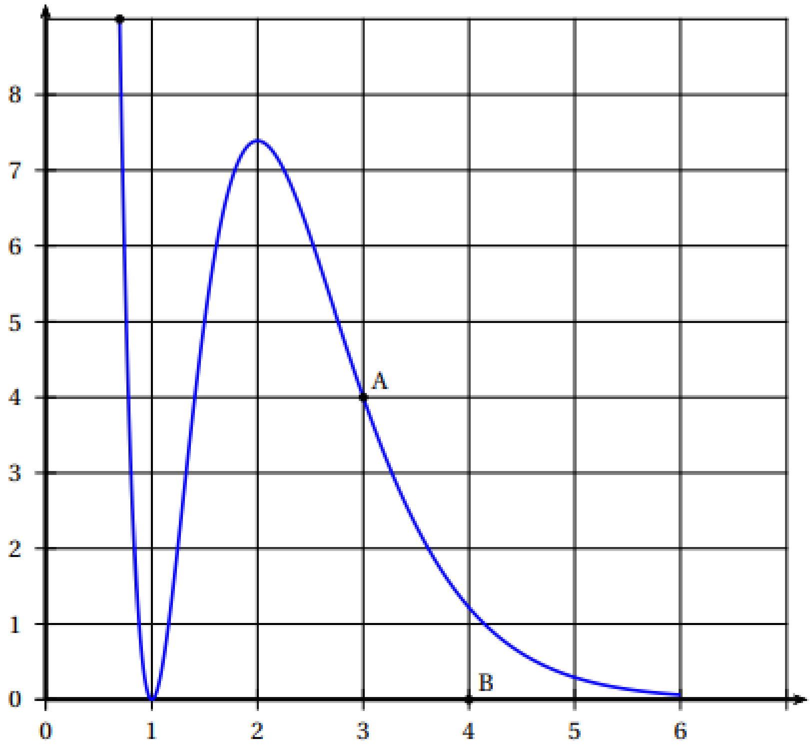
Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0,7 ; 6]$; on suppose que f est dérivable.

PARTIE A : Étude graphique

On a représenté la fonction f sur le graphique ci-dessous.



1. La tangente au point d'abscisse 3 à la courbe représentative de f passe par les points $A(3 ; 4)$ et $B(4 ; 0)$. Déterminer $f'(3)$.
2. D'après le graphique ci-dessus, donner le tableau de signe de f' sur l'intervalle $[0,7 ; 6]$.

PARTIE B : Étude théorique

On admet que la fonction f est définie par

$$f(x) = \left(x^2 - 2x + 1\right) e^{-2x+6}.$$

1. Montrer que $f'(x) = \left(-2x^2 + 6x - 4\right) e^{-2x+6}$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,7\,;6]$ et dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,7\,;\,6]$.

On ne demande pas de calculer les ordonnées.

3. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on obtient les résultats ci-dessous qui pourront être utilisés sans être démontrés.

L1	$f'(x) := (-2x\hat{}2+6x-4)*\mathrm{e}\hat{}(-2x+6)$ $\rightarrow f'(x) = \left(-2x^2+6x-4\right)\mathrm{e}^{-2x+6}$
L2	$g(x) :=$ Dérivée$[f'(x)]$ $\rightarrow g(x) = -16x\mathrm{e}^{-2x+6}+4x^2\mathrm{e}^{-2x+6}+14\mathrm{e}^{-2x+6}$
L3	Factoriser$[g(x)]$ $\rightarrow 2\mathrm{e}^{-2x+6}\left(2x^2-8x+7\right)$
L4	Résoudre$[g(x)=0]$ $\rightarrow \left\{x=\frac{-\sqrt{2}+4}{2}\,;\,x=\frac{\sqrt{2}+4}{2}\right\}$
L5	$F(x) :=$ Primitive$[f(x)]$ $\rightarrow F(x) = \frac{1}{4}\left(-2x^2+2x-1\right)\mathrm{e}^{-2x+6}$

a. Déterminer le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est concave.

b. La courbe représentative de la fonction f admet-elle des points d'inflexion ? Si oui, en donner l'abscisse.

c. On pose $I = \int_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x$. Calculer la valeur exacte de I puis la valeur arrondie à 10^{-1}.