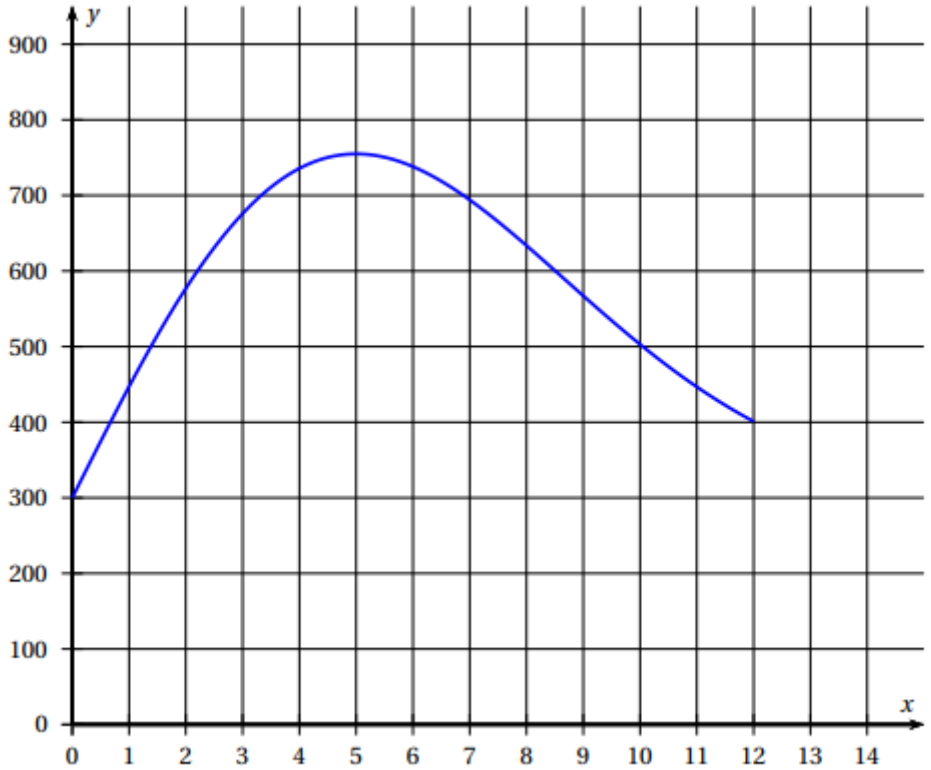
La directrice d'une association sportive décide de proposer à ses adhérents une randonnée pédestre, longue de 12 km, sur des sentiers de montagne.
Afin que les membres de son association puissent décider de participer ou non à cette randonnée en fonction de leur niveau et de leur condition physique, elle leur envoie le graphique ci-dessous avant de procéder aux inscriptions.

Dans un repère orthogonal, cette courbe représente la fonction f définie sur $[0\,;\,12]$ donnant l'altitude du parcours en fonction du nombre de kilomètres effectués depuis le départ.
Ainsi x est la distance parcourue, en kilomètres, depuis le point de départ de la randonnée :
$x \in [0\,;\,12]$ et $f(x)$ est l'altitude en mètres, à laquelle se situe le chemin de randonnée au bout de x km parcourus.



Partie A

Avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes :

1. À quelle altitude se situent les randonneurs après avoir parcouru 2 kilomètres ?
2. Dans la partie descendante de cette randonnée, l'organisatrice a prévu de faire une pause avec les participants, dans un refuge situé à 600 mètres d'altitude.
   Quelle distance auront-ils alors parcourue depuis le départ ?
3. À la fin du chemin de randonnée, les randonneurs seront-ils revenus à leur point de départ ? Justifier la réponse.

Partie B

Dans toute cette partie, les réponses devront être justifiées.
Aucune lecture graphique ne sera considérée comme une justification valable.

Une modélisation du parcours proposé permet d'affirmer que la fonction f est définie sur $[0\,;\,12]$ par :

$$f(x) = 150xe^{-0,02x^2} + 300.$$

1. On note f' la dérivée de la fonction f et on admet que :

$$\text{pour tout } x \in [0\,;\,12], \quad f'(x) = \left(150 - 6x^2\right)e^{-0,02x^2}$$

   Déterminer le signe de $f'(x)$ et le tableau de variation de f sur $[0\,;\,12]$.

2. Quelle sera, au mètre près, l'altitude maximale atteinte par les randonneurs ? Au bout de quelle distance parcourue depuis le départ ?

3. L'un des participants de cette randonnée affirme : « Dans ce parcours, nous n'atteindrons qu'une seule fois une altitude de 350 m ».
   Démontrer que cette affirmation est vraie, et donner une valeur approchée, arrondie au mètre près, de la distance qu'auront parcourue les randonneurs depuis le départ pour parvenir à cette altitude.

4. Soit F la fonction définie sur $[0\,;\,12]$ par :

$$F(x) = 300x - 3\,750e^{-0,02x^2}.$$

   Montrer que F est une primitive de f.

5. Quelle est la valeur de l'altitude moyenne de la phase d'ascension de cette randonnée ? (Déterminer la valeur exacte, puis une valeur approchée arrondie au mètre près).