

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

### Partie A

Dans cette partie, les réponses seront données sans justification, avec la précision permise par le graphique situé en annexe.

Celui-ci présente dans un repère d'origine  $O$  la courbe représentative  $\mathcal{C}$  d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[0; 7]$ .

1. Encadrer par deux entiers consécutifs chacune des solutions de l'équation  $f(x) = 10$  sur l'intervalle  $[0; 7]$ .
2. Donner le maximum de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 7]$  et préciser la valeur en laquelle il est atteint.
3. La valeur de l'intégrale  $\int_1^3 f(x) dx$  appartient à un seul des intervalles suivants. Lequel?
  - a.  $[9; 17]$
  - b.  $[18; 26]$
  - c.  $[27; 35]$

### Partie B

La courbe donnée en annexe est la représentation graphique de la fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[0; 7]$  d'expression :

$$f(x) = 2xe^{-x+3}.$$

On rappelle que  $f'$  désigne la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

1. Montrer que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0; 7]$ ,  $f'(x) = (-2x + 2)e^{-x+3}$ .
2.
  - a. Étudier le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[0; 7]$  puis en déduire le tableau de variation de la fonction  $f$  sur ce même intervalle.
  - b. Calculer le maximum de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 7]$ .
3.
  - a. Justifier que l'équation  $f(x) = 10$  admet deux solutions sur l'intervalle  $[0; 7]$  que l'on notera  $\alpha$  et  $\beta$  avec  $\alpha < \beta$ .
  - b. On admet que  $\alpha \approx 0,36$  à  $10^{-2}$  près.  
Donner une valeur approchée de  $\beta$  à  $10^{-2}$  près.
4. On considère la fonction  $F$  définie sur l'intervalle  $[0; 7]$  par :

$$F(x) = (-2x - 2)e^{-x+3}.$$

- a. Justifier que  $F$  est une primitive de  $f$  sur l'intervalle  $[0; 7]$ .
- b. Calculer la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, du domaine plan délimité par les droites d'équation  $x = 1$ ,  $x = 3$ , l'axe des abscisses et la courbe  $\mathcal{C}$ .

5. La fonction  $f$  étudiée modélise le bénéfice d'une entreprise, en milliers d'euros, réalisé pour la vente de  $x$  centaines d'objets ( $x$  compris entre 0 et 7).
- Calculer la valeur moyenne du bénéfice, à l'euro près, lorsque l'entreprise vend entre 100 et 300 objets.
  - L'entreprise souhaite que son bénéfice soit supérieur à 10 000 euros. Déterminer le nombre d'objets possibles que l'entreprise devra vendre pour atteindre son objectif.

