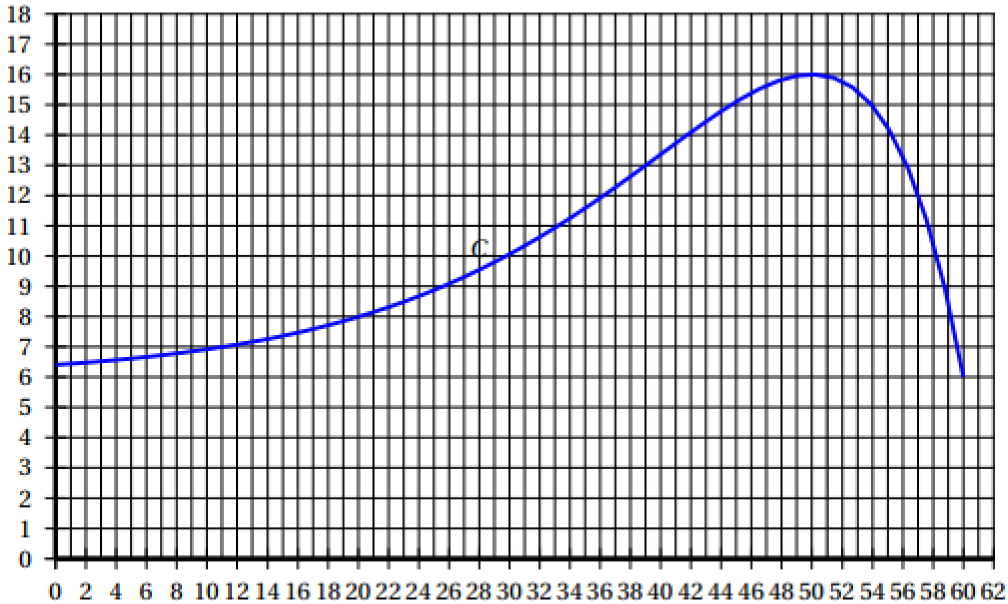
On considère une fonction P définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;60]$.
On donne, ci-dessous, la courbe représentative C de la fonction P.



Partie A

À partir d'une lecture graphique répondre aux questions qui suivent :

1. En argumentant la réponse, donner le signe de $P'(54)$, où P' est la fonction dérivée de P.
2. Donner un intervalle sur lequel la fonction P est convexe.
3. Donner, à l'unité près, les solutions de l'équation $P(x) = 10$.
4. On note A le nombre $\displaystyle\int_0^{10} P(x)\,\mathrm{d}x$; choisir l'encadrement qui convient pour A.

   $0 < A < 60$ $\qquad$ $60 < A < 70$ $\qquad$ $6 < A < 7$ $\qquad$ $10 < A < 11$

Partie B

La fonction P est définie sur l'intervalle $[0\,;60]$ par :

$$P(x) = 6 + (60 - x)\mathrm{e}^{0,1x-5}.$$

À l'aide d'un logiciel de calcul formel on a obtenu les résultats suivants :

Actions	**Résultats**
definir(P(x)=6+(60-x)*exp(0,1*x-5))	x ↦ 6+(60-x)*exp(0.1*x-5)
deriver(P(x),x)	(-0.1*x+5)exp(0.1*x-5)
deriver(deriver(P(x),x),x)	(-0.01*x+0.4)*exp(0.1*x-5)

1. **a.** Étudier le signe de $P'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;60]$ où P' est la fonction dérivée de P.

   b. En déduire les variations de la fonction P sur l'intervalle $[0\,;60]$ et vérifier que la fonction P admet, sur cet intervalle, un maximum valant 16.

2. Montrer que l'équation $P(x) = 10$ a une solution unique x_0 sur l'intervalle $[0\,;40]$.
   Donner une valeur approchée de x_0 à 0,1 près.

3. En exploitant un des résultats donnés par le logiciel de calcul formel, étudier la convexité de la fonction P.