On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[1{,}5 ; 6]$ par :

$$f(x) = (25x - 32)\mathrm{e}^{-x}.$$

On a utilisé un logiciel pour déterminer, sur l'intervalle $[1{,}5 ; 6]$, sa fonction dérivée f' et sa fonction dérivée seconde f''.
On note C la courbe représentative de la fonction f dans un repère du plan.
On a obtenu les résultats suivants qui pourront être utilisés sans justification dans tout l'exercice.

- $f'(x) = (57 - 25x)\mathrm{e}^{-x}$
- $f''(x) = (25x - 82)\mathrm{e}^{-x}$

1. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1{,}5 ; 6]$.

b. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1{,}5 ; 6]$ (Les valeurs seront, si nécessaire, arrondies au centième).

2. Montrer que, sur l'intervalle $[1{,}5 ; 6]$, la courbe C admet un unique point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.

3. Dans cette question, on s'intéresse à l'équation $f(x) = 1$.

a. Justifier que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[4 ; 5]$.

b. On a écrit l'algorithme suivant permettant de déterminer une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = 1$ sur l'intervalle $[4 ; 5]$.

Initialisation
a prend la valeur 4
b prend la valeur 5

Traitement
Tant que $b - a > 0{,}1$ faire
    y prend la valeur $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$
    Si $y > 1$ alors
        a prend la valeur $\frac{a+b}{2}$
    Sinon b prend la valeur $\frac{a+b}{2}$
Fin de Tant que
Sortie
Afficher $\frac{a+b}{2}$

Exécuter l'algorithme précédent en complétant le tableau donné en annexe.

c. Donner une valeur approchée de α au dixième.