

III. PROBLÈME (10 points)

Le coût de production, en milliers de francs, de x centaines d'appareils fabriqués par une entreprise est donné par la fonction C , définie par:

$$C(x) = 3x + 25 + e^{3-0,1x}$$

1. a. Calculer, en arrondissant à un franc près, le coût de production de 3 centaines d'appareils. Quel est dans ce cas le coût moyen de production, arrondi au franc près, d'un appareil ?

b. Vérifier que lorsqu'on fabrique x centaines d'appareils, le coût moyen, en francs, d'un appareil est : $\frac{10C(x)}{x}$

2. Calculer $C'(x)$ et en déduire le sens de variation de C dans l'intervalle $[0, 10]$.

3. Chaque appareil est vendu 200 F pièce, mais, en raison de défauts de fabrication et de distribution, seulement 95 % des appareils fabriqués sont effectivement vendus.

a. Montrer que le bénéfice, en milliers de francs, obtenu avec la fabrication de y centaines d'objets est :

$$B(x) = 16x - 25 - e^{3-0,1x}$$

b. Calculer $B'(x)$ et étudier le sens de variation de B dans l'intervalle $[0, 10]$.

c. Démontrer que l'équation $B(x) = 0$ admet une solution dans l'intervalle $[0, 10]$. On note α cette solution.

d. Déterminer un encadrement de α , d'amplitude 10^{-2} .

e. En déduire le nombre entier minimum d'appareils à produire pour réaliser un bénéfice.

f. Quel est, en francs, le bénéfice obtenu en fabriquant 1 000 appareils ? (Arrondir au franc le plus proche).