PARTIE A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-10\,;\,30]$ par

$$f(x) = 5 + x\mathrm{e}^{0,2x-1}.$$

On admet que f est dérivable sur cet intervalle et admet des primitives sur cet intervalle.

1. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[-10\,;\,30]$, $f'(x) = (0,2x+1)\mathrm{e}^{0,2x-1}$.
2. En déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $[-10\,;\,30]$.
3. Justifier que l'équation $f(x) = 80$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0\,;\,20]$ et donner un encadrement de α à $0,1$ près.
4. Soit F la fonction définie sur $[-10\,;\,30]$ par

$$F(x) = 5(x-5)\mathrm{e}^{0,2x-1} + 5x.$$

   On admet que F est une primitive de f dans l'intervalle $[-10\,;\,30]$.

   a. Calculer la valeur exacte de $I = \displaystyle\int_5^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$.

   b. En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[5\,;\,10]$. (On donnera une valeur arrondie au centième.)

PARTIE B

En 2010, un styliste a décidé d'ouvrir des boutiques de vêtements à prix modérés, tout d'abord dans son pays d'origine, puis dans la communauté européenne et au niveau mondial.
Il a utilisé la fonction f définie dans la partie A mais seulement sur l'intervalle $[0\,;\,20]$ pour modéliser son développement et a désigné par $f(x)$ le nombre de magasins de son enseigne existant en $2010 + x$.

1. Calculer $f(0)$ et interpréter le résultat.
2. En utilisant la partie A, indiquer à partir de quelle année la chaîne possédera 80 boutiques.
3. Chaque magasin a un chiffre d'affaires journalier moyen de 2 500 euros.
   Si on considère qu'un magasin est ouvert 300 jours par an, calculer à la centaine d'euros près, le chiffre d'affaires annuel moyen que le styliste peut espérer pour l'ensemble de ses boutiques entre 2015 et 2020.