

Dans un laboratoire, des scientifiques ont étudié pendant 10 ans l'effet de la pollution sur une population d'insectes car ils craignaient l'extinction de cette espèce. L'étude a été effectuée sur un échantillon de 25 000 insectes.

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A :

Une étude a permis de montrer que la population d'insectes diminue très rapidement lors des quatre premières années. La population peut être modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 4]$ par $f(t) = 25e^{-0,5t}$, où t est le temps exprimé en années et $f(t)$ le nombre de milliers d'insectes.

1. Calculer le pourcentage de diminution du nombre d'insectes la première année. Arrondir à 1 %.

2. a. Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle $[0; 4]$ par

$$F(t) = -50e^{-0,5t}$$

est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0; 4]$.

- b. Calculer la valeur exacte de $\int_2^4 25e^{-0,5t} dt$.
- c. En déduire la population moyenne d'insectes entre le début de la deuxième et le début de la quatrième année.

Partie B :

Après de longues recherches, un biologiste a mis au point un traitement pour essayer de sauver cette espèce. Ce traitement est administré aux insectes à partir de la quatrième année.

L'évolution de la population est alors modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle $[4; 10]$ par :

$$g(t) = 20e^{-0,1t^2} + t - 4,65.$$

1. On désigne par g' la fonction dérivée de la fonction g .
Montrer que pour réel t de l'intervalle $[4; 10]$, $g'(t) = -4te^{-0,1t^2} + 1$.
2. On admet que la fonction g' est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[4; 10]$.
Montrer que l'équation $g'(t) = 0$ a une solution et une seule α dans l'intervalle $[4; 10]$. Donner la valeur arrondie au dixième de α .
3. a. En déduire le signe de $g'(t)$ sur l'intervalle $[4; 10]$.
b. Donner le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[4; 10]$.
c. Que peut-on supposer quant à l'effet du traitement sur la population d'insectes ?