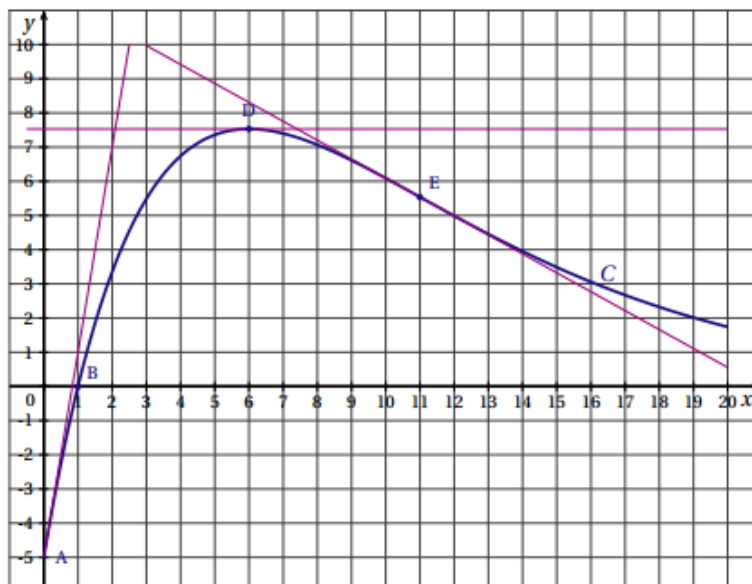


Partie A

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative C d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 20]$. On a tracé les tangentes à la courbe C aux points A, D et E d'abscisses respectives 0; 6 et 11.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f .



Par lecture graphique (aucune justification n'est demandée) :

1. Donner les valeurs exactes de $f(0)$, $f(1)$, $f'(0)$ et $f'(6)$.
2. Indiquer si la courbe C admet un point d'inflexion. Si oui, préciser ce point.
3. Déterminer un encadrement, d'amplitude 4, par deux nombres entiers de $I = \int_4^8 f(x) dx$.
4. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 4$. Préciser un encadrement de la (ou des) solution(s) à l'unité.

Partie B

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0; 20]$ par

$$f(x) = (5x - 5)e^{-0,2x}.$$

1. Montrer que $f'(x) = (-x + 6)e^{-0,2x}$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0; 20]$.
2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0; 20]$.
b. Dresser le tableau de variations de f sur $[0; 20]$. On fera apparaître les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(6)$.
3. Justifier que l'équation $f(x) = 4$ admet une unique solution α sur $[0; 6]$. Donner la valeur arrondie au millièmes de α .
4. **a.** Montrer que la fonction F définie sur $[0; 20]$ par $F(x) = (-25x - 100)e^{-0,2x}$ est une primitive de f sur $[0; 20]$.
b. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[4; 8]$. Donner sa valeur exacte.

Partie C

Une entreprise fabrique x centaines d'objets où x appartient à $[0; 20]$. La fonction f des parties A et B modélise le bénéfice de l'entreprise en milliers d'euros, en supposant que toute la production est vendue.

Répondre aux questions suivantes en utilisant les résultats précédents, et en admettant que l'équation $f(x) = 4$ admet une autre solution β sur $[6; 20]$ dont la valeur arrondie au millième est 13,903.

1. Quelle doit être la production de l'entreprise pour réaliser un bénéfice d'au moins 4000 € ? (Arrondir à l'unité).
2. L'entreprise pense produire régulièrement entre 400 et 800 objets.
Déterminer alors la valeur moyenne du bénéfice. (On donnera le résultat arrondi à l'euro près).