

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  dont la courbe représentative  $C_f$  est tracée ci-dessous dans un repère orthonormé.

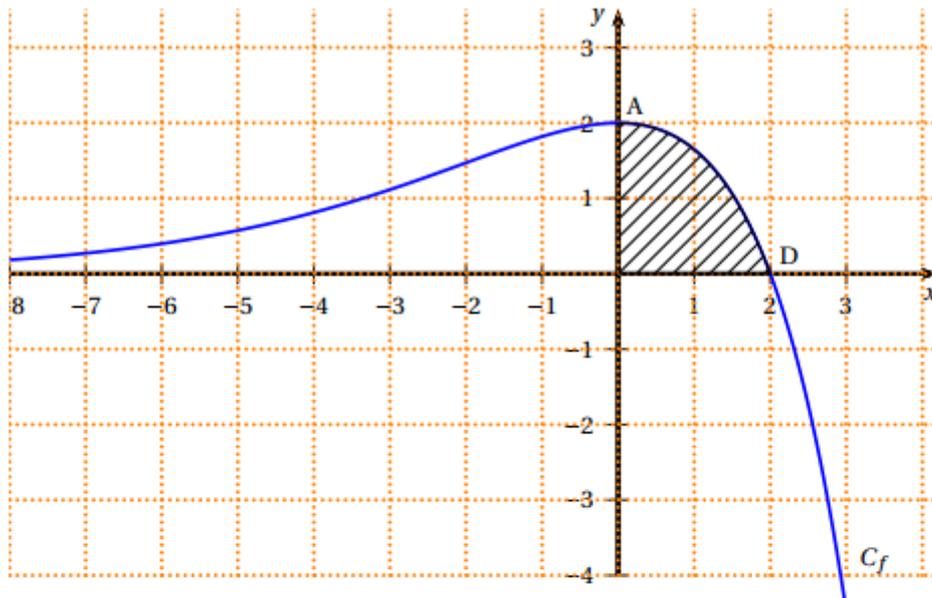


Figure 1

### Partie A

On suppose que  $f$  est de la forme  $f(x) = (b-x)e^{ax}$  où  $a$  et  $b$  désignent deux constantes. On sait que :

- Les points  $A(0; 2)$  et  $D(2; 0)$  appartiennent à la courbe  $C_f$ .
- La tangente à la courbe  $C_f$  au point  $A$  est parallèle à l'axe des abscisses.

On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ , définie sur  $\mathbb{R}$ .

1. Par lecture graphique, indiquer les valeurs de  $f(2)$  et  $f'(0)$ .
2. Calculer  $f'(x)$ .
3. En utilisant les questions précédentes, montrer que  $a$  et  $b$  sont solutions du système suivant :

$$\begin{cases} b-2 & = & 0 \\ ab-1 & = & 0 \end{cases}$$

4. Calculer  $a$  et  $b$  et donner l'expression de  $f(x)$ .

**Partie B**

On admet que  $f(x) = (-x + 2)e^{0,5x}$ .

1. À l'aide de la figure 1, justifier que la valeur de l'intégrale  $\int_0^2 f(x) dx$  est comprise entre 2 et 4.
2.
  - a. On considère  $F$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $F(x) = (-2x + 8)e^{0,5x}$ .  
Montrer que  $F$  est une primitive de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
  - b. Calculer la valeur exacte de  $\int_0^2 f(x) dx$  et en donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près.
3. On considère une autre primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .  
Parmi les trois courbes  $C_1, C_2$  et  $C_3$  ci-dessous, une seule est la représentation graphique de  $G$ .  
Déterminer la courbe qui convient et justifier la réponse.

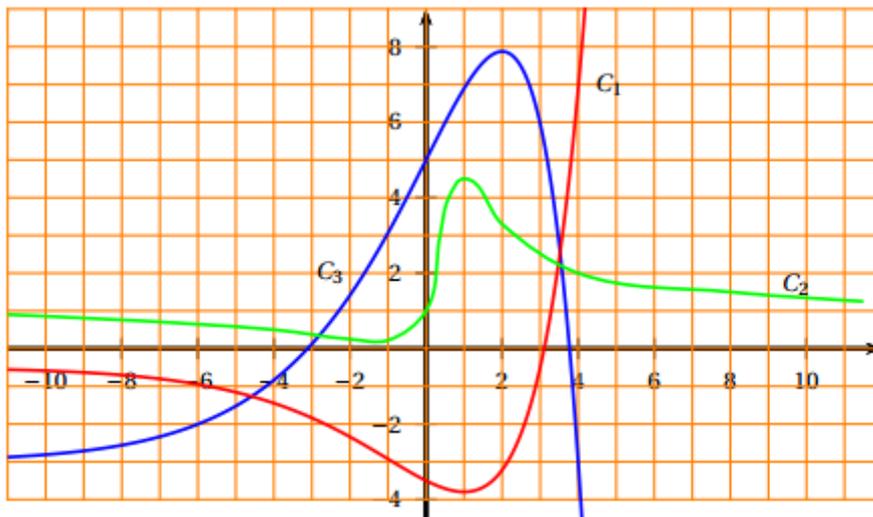


Figure 2