

Partie A

On considère la fonction C définie sur l'intervalle $[5 ; 60]$ par :

$$C(x) = \frac{e^{0,1x} + 20}{x}.$$

1. On désigne par C' la dérivée de la fonction C .

Montrer que, pour tout $x \in [5 ; 60]$, $C'(x) = \frac{0,1xe^{0,1x} - e^{0,1x} - 20}{x^2}$.

2. On considère la fonction f définie sur $[5 ; 60]$ par

$$f(x) = 0,1xe^{0,1x} - e^{0,1x} - 20.$$

- a. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $[5 ; 60]$.
 - b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α dans $[5 ; 60]$.
 - c. Donner un encadrement à l'unité de α .
 - d. En déduire le tableau de signes de $f(x)$ sur $[5 ; 60]$.
3. En déduire le tableau de variations de C sur $[5 ; 60]$.
4. En utilisant le tableau de variations précédent, déterminer le nombre de solutions des équations suivantes :
- a. $C(x) = 2$.
 - b. $C(x) = 5$.

Partie B

Une entreprise fabrique chaque mois x vélos de course, avec x appartenant à l'intervalle $[5 ; 60]$.

Le coût moyen de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour une production de x vélos de course, est donné par la fonction C définie dans la partie A.

Déterminer le nombre de vélos à produire pour que le coût de fabrication moyen soit minimal.