

La partie C peut être traitée indépendamment des parties A et B.

PARTIE A

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ par

$$f(x) = 1 - (x + 1)e^{-x}.$$

1. Montrer que $f'(x) = xe^{-x}$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .
2. Démontrer que l'équation $f(x) = 0,5$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
Déterminer une valeur arrondie de α à 0,01.
3. On admet que la fonction F définie sur $[0 ; 6]$ par $F(x) = x + (x + 2)e^{-x}$ est une primitive de f sur $[0 ; 6]$. Donner la valeur exacte puis une valeur arrondie à 10^{-3} de $I = \int_0^6 f(x) dx$.

PARTIE B

Une entreprise lance la production de batteries pour véhicules électriques.

Une étude a modélisé le rythme de la production journalière sur les six premiers mois à l'aide de la fonction f définie dans la partie A pour x compris entre 0 et 6.

x représente le nombre de mois (de 30 jours) depuis le lancement du produit.

$f(x)$ représente la production journalière de batteries en milliers.

1. Exprimer en mois puis en jours le moment où la production atteindra 0,5 millier soit 500 unités.
2. Déterminer une valeur arrondie à 10^{-3} de la valeur moyenne, exprimée en milliers, de la production sur les six premiers mois.

PARTIE C

Il est prévu que l'autonomie permise par ce type de batteries, sous certaines conditions de conduite, soit de 200 km.

Sur un parcours joignant une ville située à 160 km, on suppose que l'autonomie, exprimée en km, permise par ces batteries suit une loi normale d'espérance $\mu = 200$ et d'écart-type $\sigma = 40$.

1. Quelle est la probabilité, arrondie au centième, de ne pas atteindre cette ville ?
2. La probabilité de pouvoir faire l'aller-retour jusqu'à cette ville sans recharge des batteries est-elle supérieure à 0,01 ? Justifier votre réponse.