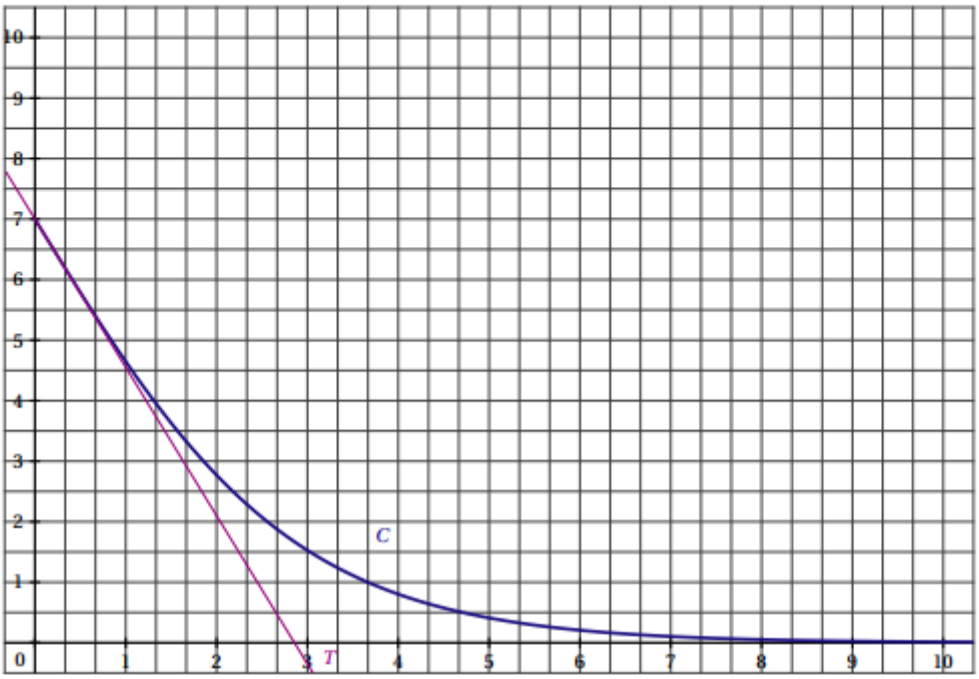
On a représenté ci-dessous la courbe C d'une fonction g définie et dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$ ainsi que la tangente T à cette courbe en son point de coordonnées $(0\,;\,7)$. On admet que l'axe des abscisses est asymptote horizontale à la courbe C au voisinage de $+\infty$. On désigne par g' la fonction dérivée de la fonction g.



PARTIE A

1. Préciser la valeur du réel $g(0)$.
2. On admet que la tangente T passe par le point de coordonnées $(4\,;\,-2,8)$. Justifier que la valeur exacte de $g'(0)$ est $-2,45$.
3. Préciser la valeur de la limite de la fonction g en $+\infty$.
4. On admet que la fonction g est définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{a}{e^{bx}+1}$$

où a et b sont des nombres réels.

a) Démontrer que pour tout réel x de $[0\,;\,+\infty[$, on a $g'(x) = \dfrac{-abe^{bx}}{\left(e^{bx}+1\right)^2}$.

b) En utilisant les résultats des questions 1 et 2, déterminer les valeurs des réels a et b.

PARTIE B

On considère un objet manufacturé dont le prix unitaire est x, en centaines d'euros. D'après une étude de marché, l'offre $f(x)$ et la demande $g(x)$ pour cet objet, en centaines d'unités, sont définies pour tout x positif ou nul par :

$$f(x) = e^{0,7x} - 1 \text{ et } g(x) = \frac{14}{e^{0,7x} + 1}$$

1. Si le prix de vente unitaire de l'objet est 300 €, combien d'objets (à l'unité près) les consommateurs sont-ils prêts à acheter.
2. Calculer le prix de vente unitaire de l'objet, arrondi à l'euro près, pour que la demande soit de 350 objets.
3. **a)** Déterminer l'unique solution de l'équation $f(x) = g(x)$, et donner une valeur approchée au centième de cette solution.

   On appelle « prix d'équilibre » le prix permettant l'égalité entre l'offre et la demande. Quel est le prix d'équilibre, arrondi à l'euro près ?

   b) Au prix d'équilibre, quelle est la valeur commune de l'offre et de la demande, arrondie à l'unité près ?

   Quel est le chiffre d'affaire généré par les ventes au prix d'équilibre ?