

PARTIE A

Soit d la fonction définie sur l'intervalle $[0; 4]$ par : $d(x) = \frac{3x+0,3}{e^x} - 1,3$.

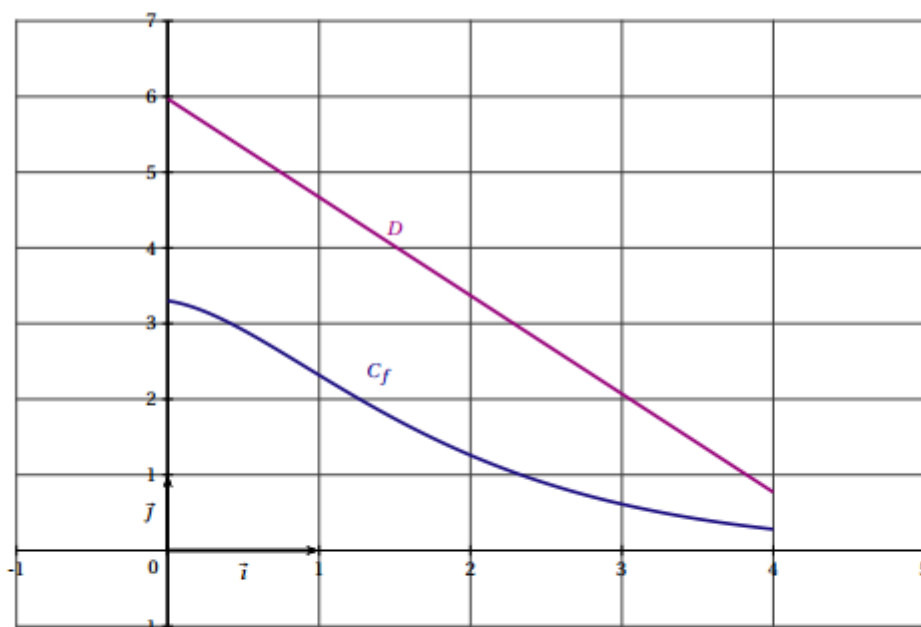
On note d' la fonction dérivée de la fonction d sur l'intervalle $[0; 4]$.

1. Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0; 4]$, $d'(x) = \frac{-3x+2,7}{e^x}$.
2. Étudier, pour x variant dans l'intervalle $[0; 4]$, le signe de $d'(x)$, puis dresser le tableau de variations complet de la fonction d sur l'intervalle $[0; 4]$. (on donnera dans ce tableau des valeurs arrondies à 10^{-2} près).
3. En déduire le signe de la fonction d sur l'intervalle $[0; 4]$.

PARTIE B

Soient f et g les fonctions définies sur $[0; 4]$ par $f(x) = \frac{3x+3,3}{e^x}$ et $g(x) = -1,3x + 5,97$.

On admet que les fonctions f et g sont décroissantes sur $[0; 4]$; la fonction f est représentée ci-dessous par la courbe C_f et la fonction g par le segment de droite D .



1. Soit h la fonction définie sur $[0; 4]$ par : $h(x) = g(x) - f(x)$.
 - a. Montrer que pour tout $x \in [0; 4]$, $h'(x) = d(x)$ (d désigne la fonction étudiée dans la partie A).
 - b. En déduire le tableau de variations de la fonction h sur $[0; 4]$.
 - c. Montrer que l'équation $h(x) = 1$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[0; 4]$. En donner une valeur approchée à 10^{-1} près.

2. Calculer l'intégrale : $\int_1^4 g(x) dx$

PARTIE C

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Les résultats de la partie B pourront être utilisés pour répondre aux questions suivantes.

Une entreprise prévoit de fabriquer et de commercialiser mensuellement entre 1 et 4 tonnes d'un produit cosmétique (toute la production est vendue).

Pour x tonnes de produit fabriquées mensuellement (avec $x \in [0; 4]$), on admet que $f(x)$ désigne le coût de production par tonne (en centaines de milliers d'euros), et $g(x)$ le prix de vente par tonne (en centaines de milliers d'euros).

1. L'entreprise décide de produire 1 tonne par mois. Déterminer, en arrondissant à l'euro près, le coût de production de la tonne produite, son prix de vente, et le bénéfice mensuel ainsi réalisé.
2. Déterminer, en euros, le prix de vente moyen par tonne pour une production comprise entre 1 et 4 tonnes.
3. L'entreprise souhaite réaliser un bénéfice par tonne d'au moins 100 000 euros. Quelles quantités doit-elle produire pour satisfaire cette contrainte ?