

EXERCICE 3 (6 points)**PARTIE A**

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 10 + (x-3)e^x$.

1. a. Déterminer la limite de f en $+\infty$
b. Démontrer que $f'(x) = (x-2)e^x$ et étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
d. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
2. a. Démontrer que la fonction $G: x \mapsto (x-4)e^x$ est une primitive sur $[0; +\infty[$ de la fonction $g: x \mapsto (x-3)e^x$
b. En déduire une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
c. Étudier le sens de variation de F sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

PARTIE B

Une entreprise fabrique x tonnes d'un certain produit, avec $x \in [0; 4]$. Le coût marginal de fabrication pour une production de x tonnes est donné par $f(x)$ exprimé en **milliers d'euros**, où f est la fonction définie dans la partie A.

1. Les coûts fixes de l'entreprise s'élèvent à 20 000 euros. On assimile le coût total C à une primitive du coût marginal.
2. En utilisant les résultats de la question A 2., déterminer le coût total de fabrication $C(x)$, exprimé en milliers d'euros.
3. L'entreprise désire adapter sa production pour atteindre un coût marginal de 11 292 euros.
 - a. En utilisant la partie A démontrer qu'il est possible d'atteindre un coût marginal de 11 292 euros.
Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, d'initiative non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.
 - b. Déterminer la production correspondante, à 10 kg près.
 - c. Quel est alors le coût moyen de fabrication ?

On rappelle que le quotient $\frac{C(x)}{x}$ est appelé coût moyen de fabrication pour une production de x tonnes de produit.