

**EXERCICE 3** (6 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels par  $f(x) = e^{x-1} + x - 1$ . On note  $C$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 1 cm.

**PARTIE A**

- Calculer  $f(0)$  et  $f(1)$ . On donnera les valeurs exactes.
- Calculer la limite de  $f$  en  $-\infty$ .
  - Montrer que la droite  $D$  d'équation  $y = x - 1$  est asymptote oblique à la courbe  $C$ .
- Calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .

**PARTIE B**

- On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ . Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x$  réel et étudier son signe sur  $\mathbb{R}$ .
  - Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Montrer que sur l'intervalle  $[0; 1]$  l'équation  $f(x) = 0$  admet une seule solution  $\alpha$ .
  - Donner une valeur, arrondie au centième, de  $\alpha$ .
  - Préciser le signe de  $f(x)$  selon les valeurs du réel  $x$ .
- Tracer la droite  $D$  et la courbe  $C$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

**PARTIE C**

- Déterminer une primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Calculer l'intégrale  $I = \int_1^3 f(x) dx$ .  
Donner la valeur exacte de  $I$ , puis une valeur décimale arrondie au centième.  
Donner une interprétation graphique de cette intégrale.