

EXERCICE 3 (7 points)

La courbe (C) donnée en ANNEXE, est la représentation graphique dans un repère orthogonal d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} . On note f' sa fonction dérivée.

Les points $A(3; e)$ et $B(4; 2)$ appartiennent à cette courbe.

La tangente à la courbe en A est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente (T) à la courbe en B coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 6.

PARTIE I : lecture graphique

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes, sans justifier.

- 1) Pour quelles valeurs du nombre réel x de l'intervalle $[3; 10]$ a-t-on $f(x) \leq 2$?
- 2) Déterminer $f'(3)$ et $f'(4)$.

PARTIE II : étude de la fonction

La fonction f représentée dans l'ANNEXE, est la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = (x-2)e^{(-x+4)}.$$

- 1) a. Calculer $f(0)$. Donner la valeur décimale arrondie à l'unité.
b. On donne $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. Donner une interprétation graphique de ce résultat.
- 2) a. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0; +\infty[$, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = (3-x)e^{(-x+4)}$.
b. Sur l'intervalle $[0; +\infty[$ étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de la fonction f .
- 3) On admet que la fonction g définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $g(x) = (1-x)e^{(-x+4)}$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
En déduire la valeur moyenne m de f sur l'intervalle $[2; 10]$. On donnera la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au millième.

Rappel : Soit f une fonction et $[a; b]$ un intervalle sur lequel f est définie et dérivable.

La valeur moyenne m de f sur un l'intervalle $[a; b]$ est le nombre m tel que :

$$m = \frac{1}{b-a} \times \int_a^b f(x) dx$$

PARTIE III : étude d'un bénéfice

Une entreprise vend x centaines de litres de parfum par jour $1,8 \leq x \leq 4,5$.

Le bénéfice en milliers d'euros réalisé, par jour, par l'entreprise lorsqu'elle vend x centaines de litres est donné par $f(x)$ pour $x \in [1,8; 4,5]$. On suppose donc que pour des raisons techniques et commerciales l'entreprise vend au moins 180 litres et au plus 450 litres.

- 1) Calculer le bénéfice en euros réalisé sur la vente de 400 litres (soit 4 centaines de litres).
- 2) Déterminer la quantité de litres à vendre par jour pour réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal en euros ? (Donner la réponse arrondie à 1 €).
À partir de quelle quantité journalière l'entreprise ne vend-elle pas à perte ?

ANNEXE
Exercice 3