EXERCICE 4 *(7 points)*

PARTIE A

On considère la fonction *h* définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \mathrm{e}^{2x} - 7\mathrm{e}^{x} + 6$. On note *h*′ sa fonction dérivée.

1. a) Calculer la limite de la fonction *h* en − ∞.
   b) Calculer la limite de la fonction *h* en + ∞;
   (on pourra utiliser l'égalité vraie pour tout réel *x* : $h(x) = \mathrm{e}^{x}\left(\mathrm{e}^{x} - 7 + 6\mathrm{e}^{-x}\right)$).

2. Calculer $h\left(\ln\left(\frac{7}{2}\right)\right)$, *h*(0) puis *h*(ln6).

3. Déterminer par le calcul l'image *h*′(*x*) d'un réel *x* par la fonction *h*′ et étudier les variations de la fonction *h*.
   Dresser le tableau de variations de la fonction *h* et faire figurer les résultats des questions précédentes dans ce tableau.

4. En déduire le tableau des signes de la fonction *h*.

PARTIE B

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 6 - 6e^{-x}$ et $g(x) = e^x - 1$.

On note C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère du plan d'unités graphiques : 2 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées.

Les courbes C_f et C_g sont données en annexe ci-dessous.

1. Démontrer que le point de coordonnées (ln6 ; 5) est un point d'intersection des courbes C_f et C_g.
2. Démontrer que, pour tout réel x, $f(x) - g(x) = -\dfrac{h(x)}{e^x}$.
   b) Déterminer, par le calcul, la position relative des courbes C_f et C_g.
3. On note D le domaine du plan limité par les courbes C_f , C_g et les droites d'équations respectives x = 0 et x = ln6.
   a) Hachurer le domaine D sur le graphique donné en annexe.
   b) Calculer la valeur exacte de l'aire du domaine D en cm^2 puis en donner une valeur approchée arrondie au centième.

ANNEXE