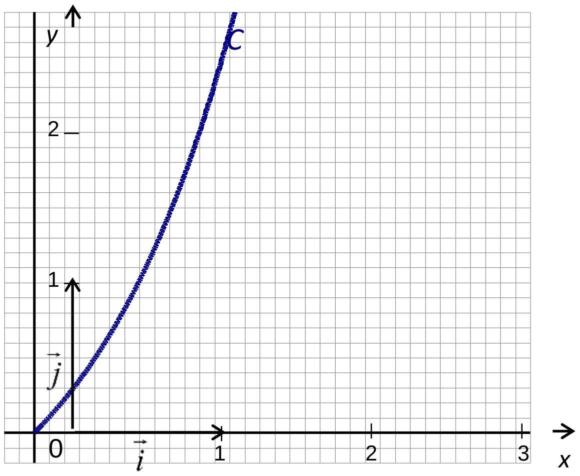
On considère les fonctions *f* et *g* définies sur l'intervalle [0 ; +∞[par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x - 1 \qquad \text{et} \qquad g(x) = \frac{3}{\mathrm{e}^x + 1}$$

Les fonctions *f* et *g* sont dérivables sur l'intervalle [0 ; +∞[.

Le plan est rapporté un repère orthonormal $(\mathrm{O}; \vec{i}, \vec{j})$.

1. La fonction *f* est représentée par la courbe *C* figurant ci-dessous.



   a. Donner une équation de la tangente *T* à cette courbe au point O origine du repère.
   b. Tracer la droite *T* dans le repère $(\mathrm{O}; \vec{i}, \vec{j})$ donné.

2. Etude de la fonction *g*
   a. Calculer *g* (0).
   b. Déterminer la limite de la fonction *g* en +∞. En donner une interprétation graphique.
   c. Étudier les variations de la fonction *g* sur l'intervalle [0 ; +∞[et dresser son tableau de variations.
   d. Tracer la représentation graphique de la fonction *g* dans le repère $(\mathrm{O}; \vec{i}, \vec{j})$ donné.

3. La lecture graphique montre que l'équation *f* (*x*) = *g* (*x*) admet dans l'intervalle [0 ; +∞[une unique solution, notée *m*.
   a. Faire figurer sur le graphique le point de coordonnées (*m* ; *f* (*m*)).
   b. Prouver, par le calcul, que *m* = ln(2).

4. On considère le nombre suivant :

$$A = \int_0^{\ln 2} g(x)\,\mathrm{d}x$$

   a. Sur le graphique précédent, hachurer le domaine dont l'aire, en en unités d'aires, est égale à *A*.
   b. Soit la fonction dérivable *G* définie sur l'intervalle [0 ; +∞[par :
   $G(x) = 3x - 3\ln\left(\mathrm{e}^x + 1\right)$ Montrer que la fonction *G* est une primitive de la fonction *g* sur l'intervalle [0 ; +∞[. Calculer *A*.