

EXERCICE 4 (7 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(x) = e^{x-3} - \frac{1}{x+4}$.

PARTIE A

La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$, on note f' sa fonction dérivée.

1. Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$.
2. En déduire que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
3. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
4. a. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
b. On admet qu'il existe un unique nombre réel positif α tel que $f(\alpha) = 0$.
Donner le signe de la fonction f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
5. a. Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant (donner les valeurs décimales arrondies au dix-millième)

x	1,32	1,325	1,33
$f(x)$			

- b. En déduire la valeur décimale, arrondie au centième, du nombre α tel que $f(\alpha) = 0$.

PARTIE B

1. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $g(x) = e^{x-3} - \ln(x+4)$.
 - a. La fonction g est dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$. On note g' sa fonction dérivée.
Calculer $g'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$.
 - b. Étudier le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[0; +\infty[$ en utilisant les résultats de la PARTIE A.
2. Calculer l'intégrale $I = \int_0^3 f(x) dx$.
(Donner la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au centième).