

EXERCICE 1 (6 points) **COMMUN A TOUS LES CANDIDATS**

Une entreprise étudie la progression de ses bénéfices ou pertes, évalués au premier au premier janvier de chaque année, depuis le 1^{er} janvier 1999. Chaque année est identifiée par son rang.

À l'année 1999 est attribué le rang 0 et à l'année 1999 + n le rang n ainsi 2001 a le rang 2.

Le tableau ci-dessous indique pour chaque rang x_i d'année le bénéfice ou perte réalisé, exprimé en milliers d'euros et noté y_i .

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	-25,000	-3,111	9,892	17,788	22,598	25,566

On cherche à approcher ces bénéfices par une fonction.

Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = -e^{\left(\frac{x}{2}+4\right)} + 30$.

On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unités graphiques 1 cm pour une unité en abscisses et 1 cm pour 4 unités en ordonnées.

- On considère que l'approximation des bénéfices par f est satisfaisante si la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées y_i et les valeurs approchées $f(x_i)$ est inférieure à 0,5.
L'approximation par f est-elle satisfaisante? (Le résultat obtenu à l'aide de la calculatrice constituera une justification acceptable pour cette question.)
- Déterminer la limite de f en $+\infty$.
 - En déduire que C_f admet une asymptote D dont on précisera l'équation.
 - Étudier la position de C_f par rapport à D.
- Étudier les variations de f sur $[0 ; +\infty[$ et dresser le tableau de variations.
 - Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0.
- En utilisant le modèle que constitue la fonction f , en quelle année le bénéfice évalué au 1^{er} janvier dépassera-t-il 29 800 euros?
 - Ce bénéfice atteindra-t-il 30 000 euros? Justifier.
- Construire C_f , en faisant apparaître tous les éléments graphiques mis en évidence dans les questions précédentes