

**EXERCICE 1** (6 points) **COMMUN A TOUS LES CANDIDATS**

Une entreprise étudie la progression de ses bénéfices ou pertes, évalués au premier au premier janvier de chaque année, depuis le 1<sup>er</sup> janvier 1999. Chaque année est identifiée par son rang.

À l'année 1999 est attribué le rang 0 et à l'année 1999 +  $n$  le rang  $n$  ainsi 2001 a le rang 2.

Le tableau ci-dessous indique pour chaque rang  $x_i$  d'année le bénéfice ou perte réalisé, exprimé en milliers d'euros et noté  $y_i$ .

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$y_i$	-25,000	-3,111	9,892	17,788	22,598	25,566

On cherche à approcher ces bénéfices par une fonction.

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par  $f(x) = -e^{\left(\frac{x}{2}+4\right)} + 30$ .

On note  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  d'unités graphiques 1 cm pour une unité en abscisses et 1 cm pour 4 unités en ordonnées.

- On considère que l'approximation des bénéfices par  $f$  est satisfaisante si la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées  $y_i$  et les valeurs approchées  $f(x_i)$  est inférieure à 0,5.  
L'approximation par  $f$  est-elle satisfaisante? (Le résultat obtenu à l'aide de la calculatrice constituera une justification acceptable pour cette question.)
- Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
  - En déduire que  $C_f$  admet une asymptote D dont on précisera l'équation.
  - Étudier la position de  $C_f$  par rapport à D.
- Étudier les variations de  $f$  sur  $[0 ; +\infty[$  et dresser le tableau de variations.
  - Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à  $C_f$  au point d'abscisse 0.
- En utilisant le modèle que constitue la fonction  $f$ , en quelle année le bénéfice évalué au 1<sup>er</sup> janvier dépassera-t-il 29 800 euros?
  - Ce bénéfice atteindra-t-il 30 000 euros? Justifier.
- Construire  $C_f$ , en faisant apparaître tous les éléments graphiques mis en évidence dans les questions précédentes