La partie A peut être traitée indépendamment des parties B et C.

L'entreprise *BBE (Bio Bois Énergie)* fabrique et vend des granulés de bois pour alimenter des chaudières et des poêles chez des particuliers ou dans des collectivités.
L'entreprise produit entre 1 et 15 tonnes de granulés par jour.

- Les coûts de fabrication quotidiens sont modélisés par la fonction C définie sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par :

  $$C(x) = 0,3x^2 - x + \mathrm{e}^{-x+5}$$

  où x désigne la quantité de granulés en tonnes et $C(x)$ le coût de fabrication quotidien correspondant en centaines d'euros.
- Dans l'entreprise *BBE* le prix de vente d'une tonne de granulés de bois est de 300 euros.
  La recette quotidienne de l'entreprise est donc donnée par la fonction R définie sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par :

  $$R(x) = 3x$$

  où x désigne la quantité de granulés en tonnes et $R(x)$ la recette quotidienne correspondante en centaines d'euros.
- On définit par $D(x)$ le résultat net quotidien de l'entreprise en centaines d'euros, c'est-à-dire la différence entre la recette $R(x)$ et le coût $C(x)$, où x désigne la quantité de granulés en tonnes.

Partie A : Étude graphique

Sur le graphique situé en annexe, on donne $\mathscr{C}$ et Δ les représentations graphiques respectives des fonctions C et R dans un repère d'origine O.
Dans cette partie A, répondre aux questions suivantes à l'aide du graphique, et avec la précision permise par celui-ci. Aucune justification n'est demandée.

1. Déterminer la quantité de granulés en tonnes pour laquelle le coût quotidien de l'entreprise est minimal.
2. **a.** Déterminer les valeurs $C(6)$ et $R(6)$ puis en déduire une estimation du résultat net quotidien en euros dégagé par l'entreprise pour 6 tonnes de granulés fabriqués et vendus.

   b. Déterminer les quantités possibles de granulés en tonnes que l'entreprise doit produire et vendre quotidiennement pour dégager un résultat net positif, c'est-à-dire un bénéfice.

Partie B : Étude d'une fonction

On considère la fonction g définie sur l'intervalle [1 ; 15] par :

$$g(x) = -0,6x + 4 + \mathrm{e}^{-x+5}.$$

On admet que la fonction g est dérivable sur l'intervalle [1 ; 15] et on note g' sa fonction dérivée.

1. **a.** Calculer $g'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle [1 ; 15].

   b. En déduire que la fonction g est décroissante sur l'intervalle [1 ; 15].

2. **a.** Dresser le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle [1 ; 15], en précisant les valeurs $g(1)$ et $g(15)$ arrondies à l'unité.

   b. Le tableau de variation permet d'affirmer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle [1 ; 15].
   Donner une valeur approchée de α à 0,1 près.

   c. Déduire des questions précédentes le tableau de signe de $g(x)$ sur l'intervalle [1 ; 15].

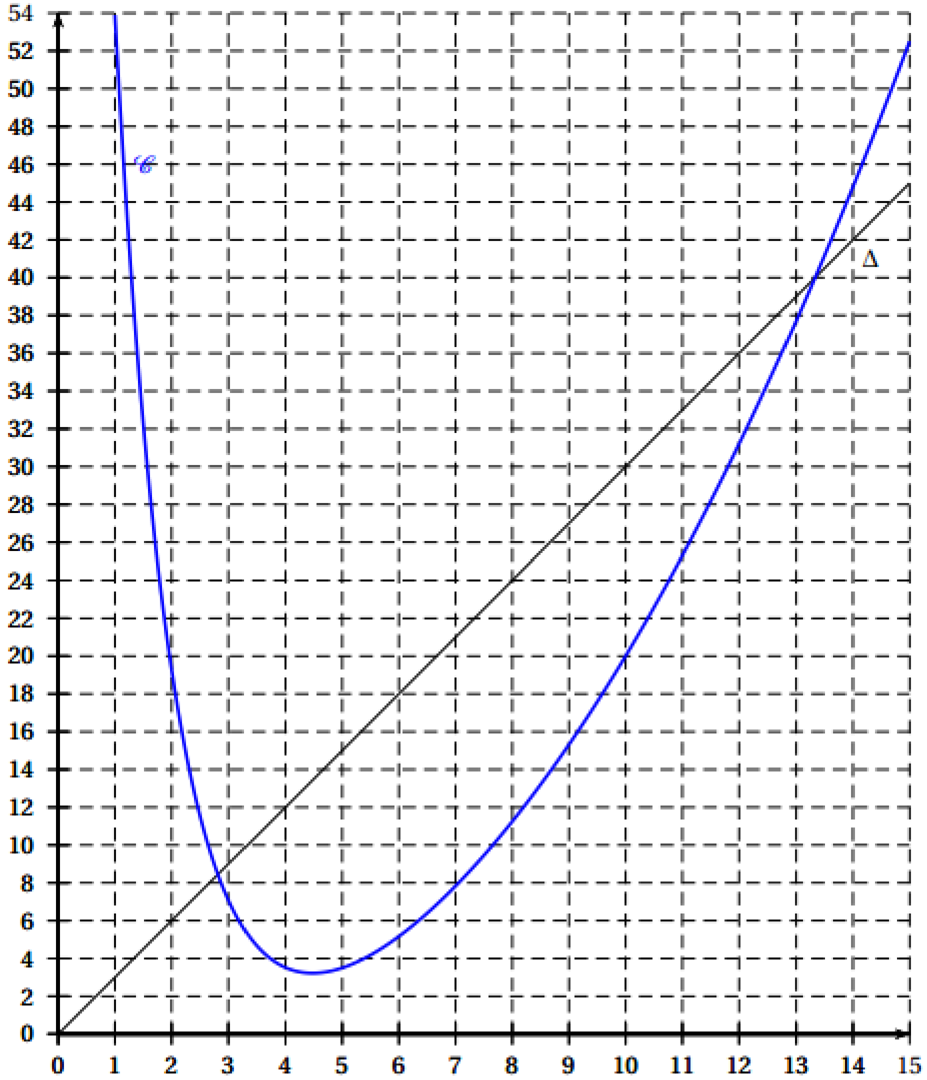
Partie C : Application économique

1. Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle [1 ; 15], on a :

$$D(x) = -0,3x^2 + 4x - \mathrm{e}^{-x+5}.$$

2. On admet que la fonction D est dérivable sur l'intervalle [1 ; 15] et on note D' sa fonction dérivée.
   Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle [1 ; 15], on a $D'(x) = g(x)$, où g la fonction étudiée dans la partie B.
3. En déduire les variations de la fonction D sur l'intervalle [1 ; 15].
4. **a.** Pour quelle quantité de granulés l'entreprise va-t-elle rendre son bénéfice maximal ?
   On donnera une valeur approchée du résultat à 0,1 tonne près.

   b. Calculer alors le bénéfice maximal à l'euro près.



54
52
50
48
46
44
42
40
38
36
34
32
30
28
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
𝒞
Δ