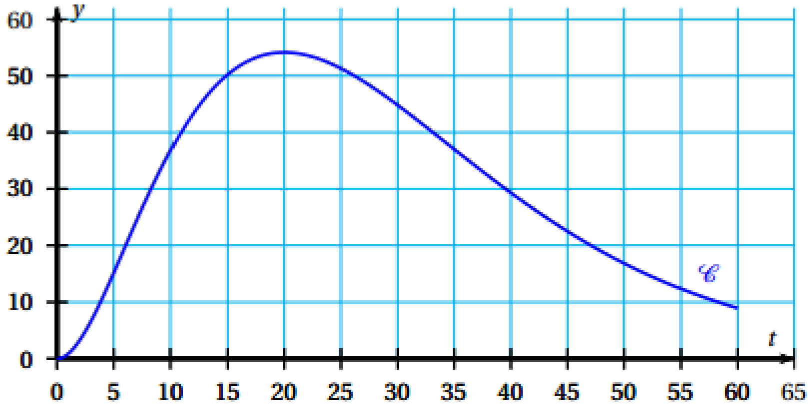
La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente le nombre de personnes malades (en milliers) dans un pays lors d'une épidémie en fonction du nombre t de jours écoulés depuis l'apparition de la maladie.

Partie A



1. À l'aide du graphique, déterminer au bout de combien de jours le nombre de malades est maximal puis préciser le nombre approximatif de malades ce jour-là.
2. Estimer graphiquement le jour où la vitesse de propagation de la maladie est la plus forte. (Expliquer rapidement la démarche utilisée)

Partie B

On modélise le nombre de malades (en milliers) en fonction du temps, à l'aide de la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,60]$ par :

$$f(t) = t^2 e^{-0,1t}$$

où t représente le nombre de jours écoulés depuis l'apparition de la maladie.
Pour étudier les propriétés de la fonction f, on a utilisé un logiciel de calcul formel qui a fourni les résultats suivants :

- $f'(t) = 0,1t(20-t)e^{-0,1t}$
- $f''(t) = \left(0,01t^2 - 0,4t + 2\right)e^{-0,1t}$
- $F(t) = \left(-10t^2 - 200t - 2000\right)e^{-0,1t}$

où f' désigne la dérivée de f, f'' désigne sa dérivée seconde et F une primitive de f.

1. Démontrer le résultat : $f'(t) = 0,1t(20-t)e^{-0,1t}$ qui a été fourni par le logiciel.
2. **a.** Déterminer le signe de $f'(t)$ sur $[0\,;\,60]$.

   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[0\,;\,60]$.
3. Le nombre moyen de malades par jour, en milliers, durant les 60 premiers jours après l'apparition de la maladie est donné par $N = \dfrac{1}{60}\displaystyle\int_0^{60} f(t)\,dt$.

   a. Déterminer la valeur exacte de N.

   b. Quel est le nombre moyen de malades par jour, arrondi à la dizaine ?
4. **a.** Justifier par le calcul que, sur l'intervalle $[0\,;\,15]$, la courbe représentative de la fonction f admet un unique point d'inflexion.
   Préciser une valeur arrondie à l'unité de l'abscisse de ce point d'inflexion.

   b. Donner une interprétation concrète de cette abscisse.