

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 4]$  par

$$f(x) = (3x - 4)e^{-x} + 2.$$

1. On désigne par  $f'$  la dérivée de la fonction  $f$ .  
Montrer que l'on a, pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; 4]$ ,  
 $f'(x) = (7 - 3x)e^{-x}$ .
2. Étudier les variations de  $f$  sur l'intervalle  $[0; 4]$  puis dresser le tableau de variations de  $f$  sur cet intervalle. Toutes les valeurs du tableau seront données sous forme exacte.
3. **a.** Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  sur l'intervalle  $[0; 4]$ .  
**b.** Donner à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de  $\alpha$  à 0,01 près.
4. On considère la fonction  $F$  définie sur l'intervalle  $[0; 4]$  par

$$F(x) = (1 - 3x)e^{-x} + 2x.$$

- a.** Montrer que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $[0; 4]$ .
  - b.** Calculer la valeur moyenne de  $f$  sur  $[0; 4]$
5. On admet que la dérivée seconde de la fonction  $f$  est la fonction  $f''$  définie sur l'intervalle  $[0; 4]$  par  $f''(x) = (3x - 10)e^{-x}$ .
    - a.** Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction  $f$  est convexe.
    - b.** Montrer que la courbe représentative  $\mathcal{C}$  de la fonction  $f$  possède un point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.