

Une entreprise fabrique et vend aux écoles primaires des lots constitués de cahiers et de stylos.

Partie A

L'entreprise possède une machine qui peut fabriquer au maximum 1 500 lots par semaine. Le coût total de fabrication hebdomadaire est modélisé par la fonction g définie sur $[0; 15]$ par

$$g(x) = 18x + e^{0,5x-1}.$$

Lorsque x représente le nombre de centaines de lots, $g(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros.

1. Calculer $g'(x)$ où g' désigne la fonction dérivée de g .
2. Justifier que g est strictement croissante sur $[0; 15]$.

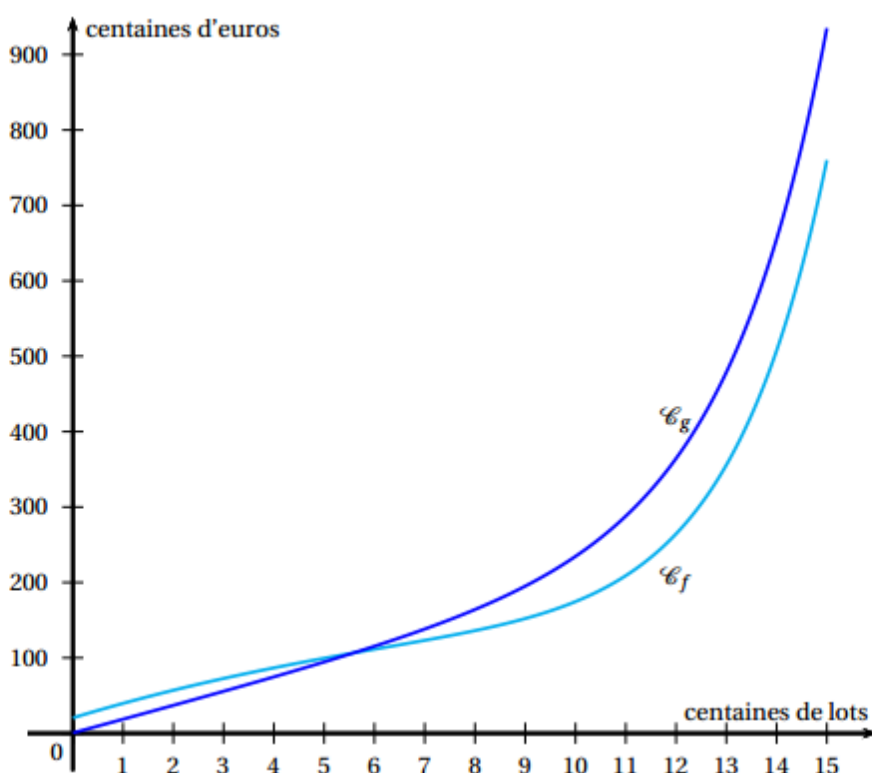
Partie B

L'entreprise acquiert une nouvelle machine qui permet d'obtenir un coût total de fabrication hebdomadaire modélisé par la fonction f définie sur $[0; 15]$ par

$$f(x) = e^{0,5x-1} - x^2 + 20x + 20,$$

Lorsque x représente le nombre de centaines de lots, $f(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros.

On note $\mathcal{C}_g$ et $\mathcal{C}_f$ les représentations graphiques respectives des fonctions g et f .



1. Par lecture graphique, donner un encadrement d'amplitude 100 du nombre k de lots à partir duquel cette nouvelle machine permet de diminuer le coût total de production,
2. On cherche à préciser le résultat précédent par le calcul.
 - a. Montrer que la détermination de k conduit à résoudre l'inéquation $-x^2 + 2x + 20 \leq 0$.
 - b. Résoudre cette inéquation sur l'intervalle $[0 ; 15]$.
 - c. En déduire le nombre entier de lots à partir duquel cette nouvelle machine permet de diminuer le coût total de production.
3. On rappelle que le coût marginal obtenu avec cette nouvelle machine est donné par la fonction f' .

Déterminer la valeur moyenne, arrondie à l'euro, du coût marginal lorsqu'on fabrique entre 5 centaines et 8 centaines de lots.

Rappel : la valeur moyenne d'une fonction h sur $[a ; b]$ est donnée par $\frac{1}{b-a} \int_a^b h(x) dx$.