

**EXERCICE 4****5 points****Commun à tous les candidats**

Une entreprise fabrique des pièces métalliques pour la construction automobile. On modélise le bénéfice journalier par la fonction  $B$  définie sur  $[0 ; 10]$  par

$$B(x) = x + 4e^{-x} - 5,$$

où  $x$  représente le nombre de pièces produites et vendues, exprimé en centaines, et  $B(x)$  représente le bénéfice en milliers d'euros.

1.
  - a. Déterminer  $B'(x)$ , où  $B'$  désigne la fonction dérivée de la fonction  $B$ .
  - b. Démontrer que  $B'(x)$  s'annule uniquement pour  $x = \ln(4)$ .
  - c. Calculer les valeurs exactes de  $B(0)$ ;  $B(10)$  et  $B(\ln(4))$ .
  - d. Dresser et compléter le tableau de variation de la fonction  $B$  sur  $[0 ; 10]$ .
2.
  - a. Justifier que l'équation  $B(x) = 0$  possède une solution unique  $\alpha$  sur  $[\ln(4) ; 10]$ .
  - b. Donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  de  $\alpha$ .
3. À partir de combien d'unités produites et vendues l'entreprise sera-t-elle bénéficiaire?