

EXERCICE 4 (6 points)

Certains scientifiques estiment que les futures découvertes de pétrole dans le monde peuvent être modélisées, à partir de l'année 2011, grâce à la fonction f définie sur l'intervalle $[11 ; +\infty [$ par

$$f(x) = 17\,280e^{-0,024x}$$

de sorte que $f(x)$ représente, en billions de barils (millions de millions de barils), l'estimation de la quantité de pétrole qui sera découverte au cours de l'année $2000 + x$.

On admet que la fonction f est continue et dérivable sur l'intervalle $[11 ; +\infty [$ et on note f' sa fonction dérivée sur cet intervalle.

1. Calculer l'estimation du nombre de barils de pétrole à découvrir en 2011 d'après ce modèle (on arrondira le résultat au billion près).
2. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
3. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[11 ; +\infty [$ puis dresser son tableau de variations.
4. Selon ce modèle, peut-on envisager qu'au cours d'une même année, 15 000 billions de barils de pétrole soient découverts ?
Si oui, déterminer, en justifiant, cette (ces) année(s).

Si non, justifier la réponse.

5. Selon ce modèle, peut-on envisager qu'au cours de chaque année à partir de 2011, au moins 6 000 billions de barils de pétrole soient découverts ?
Si oui, justifier la réponse.

Si non, déterminer, en justifiant, l'année pour laquelle les découvertes de pétrole deviendront strictement inférieures à 6 000 billions de barils.

6. a. Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[11 ; +\infty [$.
b. Calculer la valeur exacte, puis donner la valeur arrondie à l'unité près, de l'intégrale I suivante :

$$I = \int_{11}^{21} f(x) dx$$

- c. En déduire le nombre moyen de barils, en billions, que l'on peut espérer découvrir par an d'après ce modèle, entre les années 2011 et 2021.