

**EXERCICE 3** (5 points)**PARTIE A : Étude d'une fonction**

On considère les fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  définies et dérivables pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[4 ; 6]$  par :

$$f(x) = 100(e^x - 45), \quad g(x) = 10^6 e^{-x} \quad \text{et} \quad h(x) = g(x) - f(x)$$

On note  $h'$  la fonction dérivée de la fonction  $h$  sur l'intervalle  $[4 ; 6]$ .

Résolution de l'équation  $h(x) = 0$ .

1.
  - a. Démontrer que la fonction  $h$  est strictement décroissante sur l'intervalle  $[4 ; 6]$ .
  - b. Dresser le tableau de variations de la fonction  $h$ .
  - c. Justifier que l'équation  $h(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  sur l'intervalle  $[4 ; 6]$ .
2.
  - a. Compléter le tableau de valeurs donné en annexe (les résultats seront arrondis à la centaine la plus proche).
  - b. Sur la figure fournie en annexe, tracer la courbe représentative  $C_h$  de la fonction  $h$  dans le plan muni d'un repère orthogonal.
  - c. Placer  $\alpha$  sur ce graphique et en donner un encadrement d'amplitude  $10^{-1}$ .

Dans la suite de l'exercice, on admet que la valeur exacte du nombre réel  $\alpha$  est égale à  $3 \ln 5$  où  $\ln$  désigne la fonction logarithme népérien.

**PARTIE B : Application économique**

Les fonctions  $f$  et  $g$  définies dans la partie A modélisent respectivement l'offre et la demande d'un produit de prix unitaire  $x$ , compris entre 4 et 6 euros :

- $f(x)$  est la quantité, exprimée en kilogrammes, que les producteurs sont prêts à vendre au prix unitaire  $x$  ;
- $g(x)$  est la quantité, exprimée en kilogrammes, que les consommateurs sont prêts à acheter au prix unitaire  $x$ .

On appelle prix unitaire d'équilibre du marché la valeur de  $x$  pour laquelle l'offre est égale à la demande.

1. Quel est, exprimé au centime d'euro près, le prix unitaire d'équilibre du marché ? Justifier.
2. Quelle quantité de produit, exprimée en kilogrammes, correspond à ce prix unitaire d'équilibre ?

ANNEXE DE L'EXERCICE 3 A RENDRE AVEC LA COPIE

$x$	4	4,2	4,4	4,6	4,8	5	5,2	5,4	5,6	5,8	6
$h(x)$	17 400					- 3 600	- 8 100			- 25 500	- 33 400

Tableau à compléter

Graphique à compléter

