

EXERCICE 4 (6 points)

Rappel : Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I alors la fonction e^u est dérivable sur I et $(e^u)' = u' e^u$.

Un transporteur, s'occupant de voyages organisés, achète en l'an 2000 (instant initial $t = 0$), un autocar nécessitant un investissement initial de 200 milliers d'euros.

PARTIE A

Cet investissement se déprécie. Sa dépréciation cumulée, en milliers d'euros, à l'instant t , mesurée en années, est notée $D(t)$.

On pose $D(t) = 200(1 - e^{-0,086t})$ pour tout réel t de l'intervalle $I = [0 ; 13]$.

L'annexe 2 donne la courbe représentative de D dans le plan rapporté à un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer graphiquement au cours de quelle année l'investissement aura perdu 60 % de sa valeur (faire apparaître sur le graphique les tracés qui permettent d'obtenir la réponse).

PARTIE B

Le transporteur veut revendre l'autocar. On note $V(t)$ la valeur de l'autocar l'année t , $0 \leq t \leq 13$

- 1) Vérifier que $V(t) = 200 \times e^{-0,086t}$.
- 2) Étudier le sens de variation de V sur $[0 ; 13]$.
- 3) Combien peut-on espérer revendre l'autocar au bout de 13 ans de service ? (au millier d'euros près).
- 4) Au cours de quelle année l'autocar a-t-il perdu la moitié de sa valeur ?

PARTIE C

On estime que les recettes nettes (en milliers d'euros) procurées par l'exploitation de cet autocar, hors dépréciation du véhicule, sont données à l'instant t réel de l'intervalle $[0 ; 13]$ par $R(t) = 110(5 + t - 5e^{0,1t})$.

- 1) a) Calculer la dérivée R' de la fonction R ; étudier son signe sur $[0 ; 13]$ et construire le tableau de variation de R .
- 2) a) En déduire que les recettes nettes sont maximales pour une valeur t_0 de t dont on donnera la valeur exacte puis une valeur approchée arrondie à l'unité près.
b) Construire la courbe représentative de la fonction R , dans le même repère que celle de D après avoir complété le tableau de valeurs de l'annexe 2 où l'on arrondira $R(t)$ à l'entier le plus proche.
- 3) À tout instant, la différence $R(t) - D(t)$ représente l'exploitation $E(t)$ de l'autocar.
Compléter le tableau de l'annexe 2, utiliser le graphique ou les tableaux de valeurs de D , R et E pour répondre aux questions suivantes :
 - a) Au cours de quelle année l'exploitation de cet autocar est-elle la plus profitable ?
 - b) A partir de quelle année l'exploitation de cet autocar conduit-elle à un déficit ?

ANNEXE 2

Représentation graphique

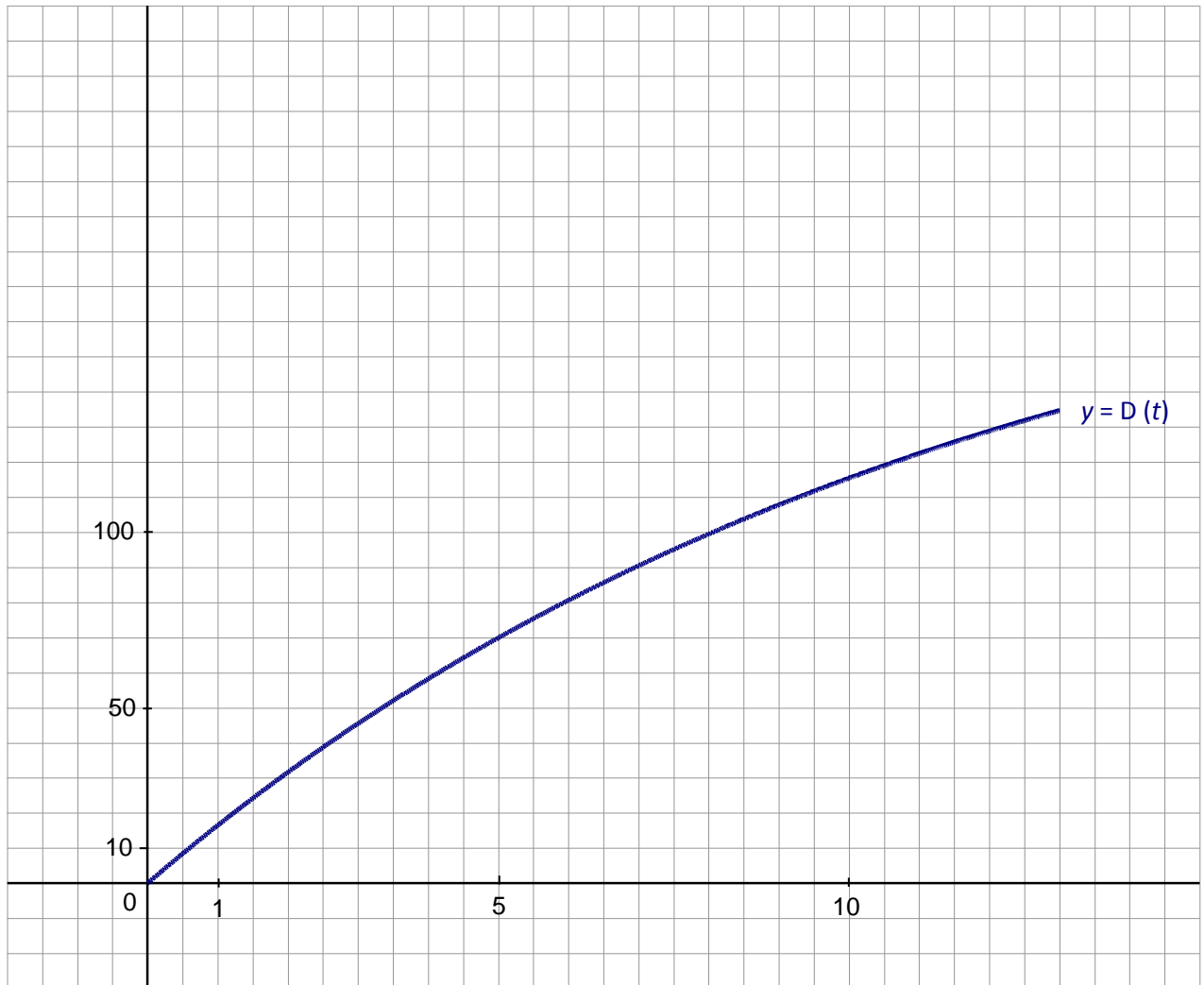


Tableau de valeurs

t	0	1	2	4	6	8	10	11	13
$D(t)$	0	16	32	58	81	99	115	122	135
$R(t)$	0	52	99		208				-38
$E(t)$	0				127				