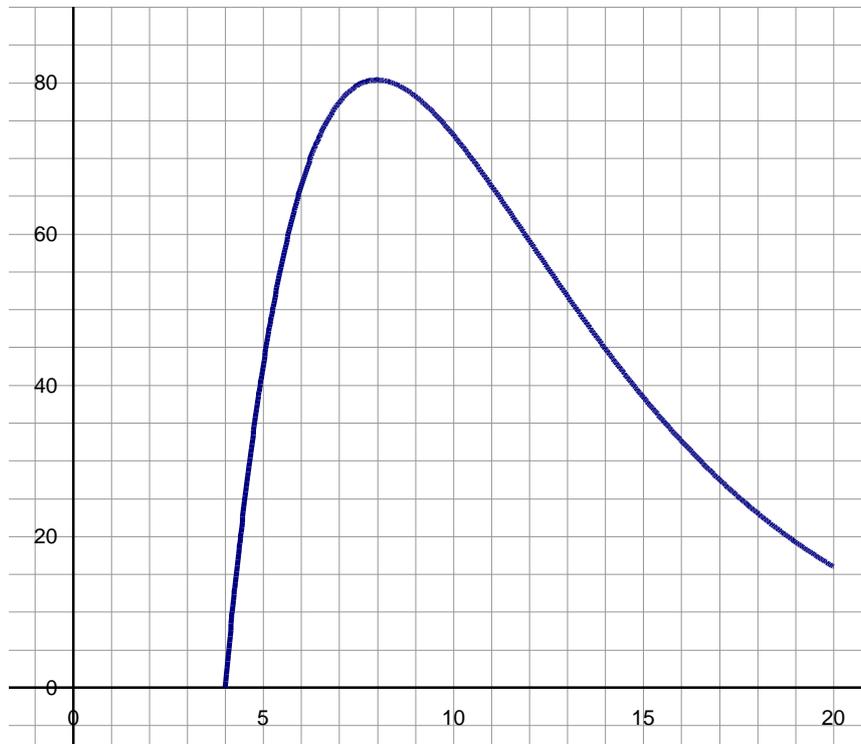


EXERCICE 4 (5 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[4 ; 20]$ par $f(x) = (x-4)e^{-0,25x+5}$.

La courbe (C) ci-dessous représente cette fonction dans un repère orthogonal.

**Partie A :**

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[4 ; 20]$, $f'(x) = (-0,25x + 2)e^{-0,25x+5}$.
2. En déduire le sens de variation de f et dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[4 ; 20]$.
3. a. Montrer que la fonction F définie par $F(x) = -4xe^{-0,25x+5}$ est une primitive de f sur l'intervalle $[4 ; 20]$.
b. Calculer l'intégrale $\int_4^{20} f(x) dx$.

Partie B :

Une entreprise commercialise des centrales d'aspiration.

Le prix de revient d'une centrale est de 400 €.

On suppose que le nombre d'acheteurs d'une centrale est donné par $N = e^{-0,25x+5}$, où x est le prix de vente d'une centrale exprimé en centaines d'euros.

1. Montrer que la fonction f de la partie A donne le bénéfice réalisé par l'entreprise, en centaines d'euros.
2. A quel prix l'entreprise doit-elle vendre une centrale pour réaliser un bénéfice maximal ? Quel est ce bénéfice maximal à l'euro près ? Donner une interprétation graphique de ces résultats.
3. Calculer le bénéfice moyen réalisé pour $x \in [4 ; 20]$. On donnera le résultat à l'euro près.