

Maya possède 20 € dans sa tirelire au 1^{er} juin 2018.

À partir de cette date, chaque mois elle dépense un quart du contenu de sa tirelire puis y place 20 € supplémentaires.

Pour tout entier naturel n , on note u_n la somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du n -ième mois. On a $u_0 = 20$.

1. **a.** Montrer que la somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du 1^{er} mois est de 35 €.
 - b.** Calculer u_2 .
2. On admet que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,75u_n + 20$.

On considère l'algorithme suivant :

```

U ← 20
N ← 0
Tant que U < 70
    U ← 0,75 × U + 20
    N ← N + 1
Fin Tant que
Afficher N
    
```

- a.** Recopier et compléter le tableau ci-dessous qui retrace les différentes étapes de l'exécution de l'algorithme. On ajoutera autant de colonnes que nécessaire à la place de celle laissée en pointillés. Arrondir les résultats au centième.

Valeur de U	20			
Valeur de N	0			
Condition $U < 70$	vrai		vrai	faux

- b.** Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme?
Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
3. Pour tout entier n , on pose $v_n = u_n - 80$.
- a.** Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75.
 - b.** Préciser son premier terme v_0 .
 - c.** En déduire que, pour tout entier n , $u_n = 80 - 60 \times 0,75^n$.
 - d.** Déterminer, au centime près, le montant que Maya possèdera dans sa tirelire au 1^{er} juin 2019.
 - e.** Déterminer la limite de la suite (v_n) .
 - f.** En déduire la limite de la suite (u_n) et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.