

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 65$  et pour tout entier naturel  $n$  :

$$u_{n+1} = 0,8u_n + 18.$$

1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
2. Pour tout entier naturel  $n$ , on pose :  $v_n = u_n - 90$ .
  - a. Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison 0,8.  
On précisera la valeur de  $v_0$ .
  - b. Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$  :

$$u_n = 90 - 25 \times 0,8^n.$$

3. On considère l'algorithme ci-dessous :

ligne 1	$u \leftarrow 65$
ligne 2	$n \leftarrow 0$
ligne 3	Tant que .....
ligne 4	$n \leftarrow n + 1$
ligne 5	$u \leftarrow 0,8 \times u + 18$
ligne 6	Fin Tant que

- a. Recopier et compléter la ligne 3 de cet algorithme afin qu'il détermine le plus petit entier naturel  $n$  tel que  $u_n \geq 85$ .
  - b. Quelle est la valeur de la variable  $n$  à la fin de l'exécution de l'algorithme?
  - c. Retrouver par le calcul le résultat de la question précédente en résolvant l'inéquation  $u_n \geq 85$ .
4. La société Biocagette propose la livraison hebdomadaire d'un panier bio qui contient des fruits et des légumes de saison issus de l'agriculture biologique. Les clients ont la possibilité de souscrire un abonnement de 52 € par mois qui permet de recevoir chaque semaine ce panier bio.

En juillet 2017, 65 particuliers ont souscrit cet abonnement.

Les responsables de la société Biocagette font les hypothèses suivantes :

- d'un mois à l'autre, environ 20 % des abonnements sont résiliés;
  - chaque mois, 18 particuliers supplémentaires souscrivent à l'abonnement.
- a. Justifier que la suite  $(u_n)$  permet de modéliser le nombre d'abonnés au panier bio le  $n$ -ième mois qui suit le mois de juillet 2017.
  - b. Selon ce modèle, la recette mensuelle de la société Biocagette va-t-elle dépasser 4 420 € durant l'année 2018? Justifier la réponse.
  - c. Selon ce modèle, vers quelle valeur tend la recette mensuelle de la société Biocagette? Argumenter la réponse.