

**EXERCICE 2****5 points****Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L**

Un industriel étudie l'évolution de la production des jouets sur la machine VP1000 de son entreprise. En 2000, lorsqu'il l'a achetée, elle pouvait produire 120 000 jouets par an.

Du fait de l'usure de la machine, la production diminue de 2 % par an.

On modélise le nombre total de jouets fabriqués au cours de l'année  $(2000 + n)$  par une suite  $(U_n)$ . On a donc  $U_0 = 120\,000$ .

1. Montrer que, pour tout entier naturel  $n$  :  $U_n = 120\,000 \times 0,98^n$ .
2.
  - a. Quel a été le nombre de jouets fabriqués en 2005 ?
  - b. Déterminer à partir de quelle année, le nombre de jouets fabriqués sera strictement inférieur à 100 000.
  - c. Cet industriel décide qu'il changera la machine lorsqu'elle produira moins de 90 000 jouets par an.

Recopier et compléter les lignes 8 et 9 de l'algorithme ci-dessous afin qu'il permette de déterminer le plus petit entier naturel  $n$  tel que  $U_n < 90\,000$ .

1	<b>Variables :</b>	A est un réel
2		$n$ est un entier naturel
3		
4	<b>Initialisation :</b>	Affecter à $A$ la valeur 120 000
5		Affecter à $n$ la valeur 0
6		
7	<b>Traitement :</b>	Tant que $A \geq 90\,000$
8		$n$ prend la valeur ...
9		...
10		Fin Tant que
11		
12	<b>Sortie :</b>	Afficher $n$

3.
  - a. Exprimer  $1 + 0,98 + 0,98^2 + \dots + 0,98^n$  en fonction de  $n$ .
  - b. On pose  $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ .  
Montrer que  $S_n = 6\,000\,000 \times (1 - 0,98^{n+1})$ .
  - c. En déduire le nombre total de jouets fabriqués pendant les 15 premières années de production.