

Le gestionnaire d'une salle de concert constate que, chaque année, le nombre d'abonnés est constitué de 70% des abonnés de l'année précédente, auxquels s'ajoutent 210 nouveaux abonnés.

Le nombre d'abonnés en 2010 était de 600.

1. Calculer le nombre d'abonnés en 2011 et 2012.
2. On définit la suite (u_n) par : $u_0 = 600$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,7u_n + 210$.
On utilise un tableur pour calculer les termes de la suite (u_n) .

	A	B
1	n	u_n
2	0	600
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9	7	

Proposer une formule à écrire en B3 pour calculer u_1 ; cette formule « tirée vers le bas » dans la colonne devra permettre de calculer les valeurs successives de la suite (u_n) .

3. On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 700$.
 - a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,7.
Préciser son premier terme.
 - b. Justifier que pour tout entier naturel n , $u_n = 700 - 100 \times 0,7^n$.
4. a. Soit n un entier naturel. Démontrer que $u_n \geq 697$ est équivalent à $0,7^n \leq 0,03$.
b. Pour résoudre cette inéquation, on utilise l'algorithme suivant :

Variables :	N est un nombre entier naturel
Initialisation :	Affecter à N la Valeur 0 Affecter à U la valeur 1
Traitement :	Tant que $U > 0,03$ Affecter à N la valeur $N + 1$. Affecter à U la valeur $0,7 \times U$. Fin du Tant que
Sortie :	Afficher N .

Quelle valeur de N obtient-on en sortie ? (On fera tourner l'algorithme).

- c. Retrouvez ce résultat en résolvant l'inéquation $0,7^n \leq 0,03$.
- d. En utilisant l'étude précédente de la suite (u_n) , déterminer à partir de quelle année le nombre d'abonnés atteindra au moins 697.