*Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.
Les parties A et B sont indépendantes.*

Dans un cabinet d'assurance, une étude est réalisée sur la fréquence des sinistres déclarés par les clients ainsi que leur coût.

Partie A

Une enquête affirme que 30 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année.

1. Dans le cadre d'une étude approfondie, on choisit au hasard et de manière indépendante 15 clients. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.
 - (a) Justifier que la loi de probabilité de X suit une loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0,3$.
 - (b) Calculer $P(X \geq 1)$.
2. Un expert indépendant interroge un échantillon de 100 clients choisis au hasard dans l'ensemble des clients du cabinet d'assurance.
 - (a) Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.
 - (b) L'expert constate que 19 clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année. Déterminer, en justifiant, si l'affirmation du cabinet d'assurance : « 30 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année » peut être validée par l'expert.

Partie B

Selon leur gravité, les sinistres sont classés en catégorie.

On s'intéresse dans cette question au coût des sinistres de faible gravité sur le deuxième semestre de l'année. On note Y la variable aléatoire donnant le coût, en euros, de ces sinistres.

On admet que la variable aléatoire Y suit la loi normale d'espérance $\mu = 1\,200$ et d'écart-type $\sigma = 200$.

1. Calculer la probabilité qu'un sinistre de faible gravité ait un coût compris entre 1 000 € et 1 500 €.
2. Calculer la probabilité qu'un sinistre de faible gravité ait un coût supérieur à 1 000 €.