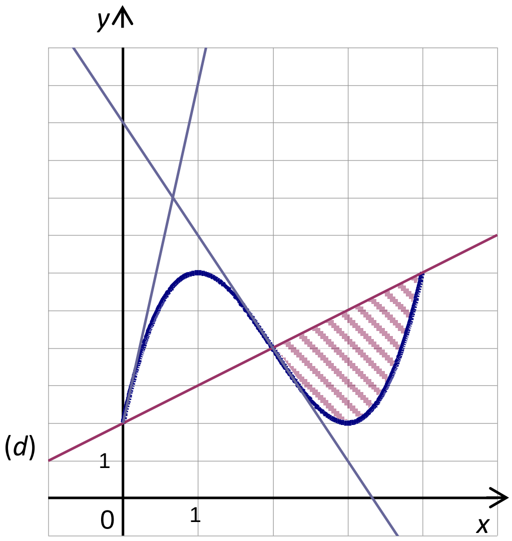
TES **INTEGRALES** **feuille 8**

EXERCICE 2 ***(** 5 points **)***

On considère une fonction f définie et dérivable sur I = [0 ; 4] ; sa courbe représentative est donnée ci-dessous dans un repère orthogonal .On note f' la fonction dérivée de f .

Sont également tracées les tangentes à la courbe aux points d'abscisse 0 et 2 , ainsi que la droite (d) d'équation $y = x + 2$. Aux points d'abscisses 1 et 3 les tangentes à la courbe sont parallèles à l'axe des abscisses.



1. Par lecture graphique, déterminer :
   a. $f(0)$ et $f'(0)$.
   b. $f(\mathrm{I})$ et $f'(\mathrm{I})$.
   c. $f(2)$ et $f'(2)$.
   d. l'ensemble des réels x tels que $f(x) \leq x+2$.
2. a. Par lecture graphique, dresser le tableau de variations de f sur I ; on indiquera le signe de $f'(x)$.
   b. En déduire le tableau de variations de la fonction g définie sur [0 ; 4] par $g(x)=\ln\left[f(x)\right]$.
3. On appelle A l'aire du domaine hachuré exprimée en unités d'aire. Parmi les trois propositions suivantes, déterminer celle qui est exacte, en la justifiant par des arguments géométriques :
   a) $0 \leq A \leq 1$ b) $1 \leq A \leq 6$ c) $6 \leq A \leq 8$
4. On suppose que $f(x)=mx^3+nx^2+px+q$, où m, n, p et q sont des réels.
   a. En utilisant les résultats de la question 1.a, déterminer p et q.
   b. En utilisant les résultats de la question 1.b, déterminer m et n.
5. On admet que $f(x)=x^3-6x^2+9x+2$.
   a. Démontrer que les tangentes à la courbe aux points d'abscisses 0 et 4 sont parallèles.

Calculer, en unités d'aire, l'aire A du domaine hachuré